LightStone

DSGE モデルの推定

DSGE 入門

ここでは DSGE モデル自体の説明と dsge コマンドの利用方法を解説を行います. その後で例題を用いて実際の DSGE モデルの記述方法を紹介します. 順番として, 本来の非線形モデルを用いて DSGE モデルを記述する方法を述べ, 次にそれらの式を誘導形に変換し, 線形化したモデルにおけるパラメータを推定します. 例題に倣って操作することで, 一般的な DSGE モデルのフレームワークを理解することを目的とします. [1]

はじめに

ここで説明する内容は以下の通りです.

- 初めての DSGE モデル
  - DSGE モデルの記述方法
- dsge コマンドの用法
  - 線形化 DSGE モデルに書き直す
  - データの用意
  - dsge コマンドの記述方法
  - パラメータの推定と解釈
- 推定後の診断
  - 政策および遷移行列
  - インパルス応答
  - 予測
- DSGE モデルの構造方程式と誘導形

[1] この資料は Stata 15 英語マニュアル [DSGE] の intro 1 を翻訳したものです。

初めての DSGE モデル

DSGE モデルはマクロ経済学やファイナンスで利用する複数の時系列データを用いて構築します. モデルの形としては連立方程式になりますが, その構造は経済理論に基づくものであり, 特に変数の将来的な値としての期待値がモデルの中で大きな役割を果たします. 経済理論をそのまま用いてモデル構築を行うので, 推定値は理論に沿った形で, ダイレクトに解釈できます. このような特徴を持った DSGE モデルは一般的にマクロ経済政策の分析と予測に利用します.

DSGE モデルを構成する方程式はダイナミックな最適化問題となっていますので, 必然的に将来値を示す変数の期待値を含むことになります. もちろん, その期待値は内生変数です. DSGE モデルにおいて, 将来値の期待値は, モデルに内包される条件付き期待値に対応しています. 言い換えると, 人々の将来の期待は平均的に正しいと解釈します. このような将来の値に対する期待値の事をモデル一致期待値または合理的期待と呼びます.

DSGE モデルではコントロール変数, 状態変数, ショックという 3 つの変数を利用します. これらの用語は状態空間モデルと最適制御の学術分野からの流れによるものです. DSGE モデルにおいて外生性と内生性という考え方は時点を中心に考えます. また, 状態変数はある時点において確定的であるか, または, 外生的であるかという事を考えます. そして, 連立方程式は状態変数の一期先の値を決定する形で構築します. その一方で, 連立方程式はコントロール変数の現時点の値を決定するものとします. 一般的に状態変数は時間とともに変動し, かつ, コントロール変数に依存するものと考えます. また, 状態変数同士が相関しているような状況も考慮します. DSGE モデルにおけるコントロール変数としては観測可能なものだけでなく, 観測できない変数も利用できます. しかし, 状態変数は常に観測できないものとして扱います.

DSGE モデルは様々な形式で記述できます. 経済理論に基づいてモデル構築を行うので, 変数やパラメータについて非線形となることが想像できます. したがって, 方程式が変数に対して線形であるとき, DSGE モデルのことを一般的に線形化 DSGE モデルと呼びます. DSGE モデルは一般的に分析の前に線形化を行います. そして線形化モデルは定常状態からの偏差で記述します.

DSGE モデルは最初に連立方程式の解を求めてから, パラメータを推定します. その際, ダイナミック線形モデルであれば非線形モデルの場合に比べ, 求解計算とフィットは比較的簡単に行えます. 将来の期待値がモデルに含まれる場合は特にこの傾向が強くなります.

同時方程式の分析においては, 解を求めることはすなわち, 内生変数を外生変数の関数として式変形を行うことを意味しています. DSGE モデルにおいてもそれと同じ考え方を用いることができます. すなわち, コントロール変数を状態変数で表現すると考えます. コントロール変数ごとの式を状態変数で構成し, その連立方程式を解きます. この時の連立方程式は時間経過に伴う状態変数の変動を示すものとなります. DSGE モデルの解は結果として状態空間モデルとなります. このようなステップで DSGE モデルの解を求めることで, パラメータの推定と事後的な診断が可能になります. 実際, モデルを解くことによって, 尤度関数とインパルス応答関数を求めることができます.

dsge コマンドは線形化 DSGE モデルを解き, パラメータを推定するコマンドです.

DSGE モデルの入門書としては Ljungqvist and Sargent (2012) と Woodford (2003) を推奨します. DSGE モデルのパラメータ推定に関しては Canova (2007) と DeJong and Dave (2011) を参照してください.

DSGE モデルの記述方法

DSGE モデルは二段階の手順にしたがって構築します. まず最初に経済理論を用いて, 理論式を書き出します. この時, 多くの経済モデルは非線形になると考えられますが, そのまま利用します. 理論モデルには

制約条件を伴うものもあります. 結果として DSGE モデルはダイナミックな確率最適化問題の一種となります.

ここでは例として Woodford (2003,chap4) に似た非線形モデルを利用します. 家計, 企業, 中央銀行の行動をそれぞれ記述する 3 つの式からなるモデルを考えます. このモデルによりインフレ, 産出の成長, 利子率 (政策金利) をモデル化します. このモデル自体はアカデミックな研究や政策研究において一般的なものであり, 金融政策の策定と分析に利用されています.

家計の最適化行動は現在の産出 Y_t と $t+1$ 期の産出 Y_{t+1}, インフレ率 Π_{t+1}, そして現在の名目利子率 R_t による次式に従うものとします.

$$\frac{1}{Y_t} = \beta \,\mathrm{E}_t \left[\frac{1}{Y_{t+1}} \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \right] \tag{1}$$

ここで β は家計の消費に対する割引率を示すパラメータです.

次に企業の最適化行動について考えます. インフレ率の定常状態からの偏差 $\Pi_t - \Pi$ は, $t+1$ 期の偏差の期待値 $\mathrm{E}_t\left(\Pi_{t+1} - \Pi\right)$ と, 実際の生産力 Y_t と生産力の自然水準 Z_t の比にリンクしているものとします.

$$\phi\left(\Pi_t - \Pi\right) + \theta - 1 = \theta \left(\frac{Y_t}{Z_t} \right)^{\eta - 1} + \beta\phi \,\mathrm{E}_t\left(\Pi_{t+1} - \Pi\right) \tag{2}$$

ここで, ϕ, η, θ は企業の価格決定に関するパラメータです. 価格決定はインフレ率自体ではなく, インフレ率の偏差に影響される設定となっています.

最後に中央銀行の金融政策に関する式を考えます. 中央銀行はインフレ率と, それ以外の要因 (ここではモデル化しません) に対して利子率を調整するものとします. したがって, 中央銀行の金融政策は次のモデルに従うものとします.

$$\frac{R_t}{R} = \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{1/\beta} e^{u_t} \tag{3}$$

R は利子率の定常状態であり, u_t はインフレ率において影響されない部分の変動を示す状態変数とします.

dsge コマンドを利用する手順

dsge コマンドを利用する際はまず, データとモデルについて次の 3 つのことを確認してください.

第一に定常状態 (steady state) からの偏差を用いてモデルを線形化します. dsge コマンドは線形性を確認し, 非線形な関係がある場合, 計算を実行しません. Stata のマニュアルでは線形化の手順については解説していません. 線形化に関する事項は DeJong and Dave (2011,chap. 2) などを参照してください.

第二に dsge コマンドを実行する前に tsset コマンドを実行してください. Stata では tsset コマンドを実行して初めて時系列データ用の演算子が利用可能になります.

最後にモデルで利用するシリーズの平均は 0 で弱定常過程とします. dsge コマンドは自動的にシリーズの平均を 0 にしますが, 弱定常過程については何も数学的な処理は行いません.

線形化 DSGE の書き方

上述のモデル (1)-(3) は非線形モデルです. パラメータを推定するためにはモデルを次に示すように線形化する必要があります. Stata の DSGE マニュアルでは, ここで利用しているように小文字の変数名は変数の定常状態からの% 単位の偏差を示します. 先の 3 式の線形変換した式を次に示します.

$$y_t = \mathrm{E}_t\, y_{t+1} - (r_t - \mathrm{E}_t\, \pi_{t+1}) \tag{4}$$

$$\pi_t = \beta\, \mathrm{E}_t\, \pi_{t+1} + \kappa\, (y_t - z_t) \tag{5}$$

$$r_t = \frac{1}{\beta}\pi_t + u_t \tag{6}$$

ここで利用している κ は (2) 式のパラメータの複雑な関数となっています. このモデルではその複雑な関数で個々のパラメータを識別することはできませんので κ として統合し, これを求めることにします.

また, いくつかの係数には制約を掛けました. 例えば, 利子率のモデルではそのパラメータを-1 としました. ただし, z_t と u_t の確率過程に関する設定はまだ行っていません.

データの用意

物価水準と利子率のデータ rates2.dta を用いて DSGE モデルを推定します. データは数多くのマクロ経済データや金融時系列データを無償で提供している連邦準備銀行のデータベース FRED から入手したものです. FRED データベースからのデータ取得方法は [D] import fred を参照してください.

```
. use http://www.stata-press.com/data/r15/rates2
```

データの詳細を参照します.

```
. describe
```

```
Contains data from http://www.stata-press.com/data/r15/rates2.dta
  obs:           281                          Federal Reserve Economic Data - St. Louis Fed, 2017-02-10
 vars:             5                          26 Apr 2017 21:22
 size:         6,182
-----------------------------------------------------------------------------------------------------
              storage   display    value
variable name   type    format     label      variable label
-----------------------------------------------------------------------------------------------------
datestr         str10   %-10s                 Observation date
daten           int     %td                   Numeric (daily) date
gdpdef          float   %9.0g                 GDP deflator GDPDEF
r               float   %9.0g                 Federal funds rate FEDFUNDS
dateq           int     %tq                   Quarterly date
-----------------------------------------------------------------------------------------------------
Sorted by: dateq
```

データセットには物価水準と利子率が用意されています. 一方, 先のモデルではインフレ率を利用しています. 四半期データの場合, インフレ率は対数価格の差分を 400 倍して求めるという考え方ありますので, ここではそれを利用します. つまり, インフレ率の変数 p をラグ演算子 L. を利用して次のように作成します.

```
. generate p = 400*(ln(gdpdef) - ln(L.gdpdef))
(2 missing values generated)
. label variable p "Inflation rate"
```

以上でインフレ率と利子率のデータが揃いました. この 2 つの変数の平均は 0 ではありませんが, それは後で Stata が計算します.

dsge コマンドの利用

パラメータを推定する前に推定式に若干の変更を加えます．Woodford (2003) は (4)-(6) のモデルを産出量ギャップ $x_t = y_t - z_t$ を用いて書き換えており，ここでは同じ変換を利用します．x_t を用いて書き換えた式を次に示します．

$$x_t = \mathrm{E}_t\, x_{t+1} - (r_t - \mathrm{E}_t\, \pi_{t+1} - g_t) \tag{7}$$

$$\pi_t = \beta\, \mathrm{E}_t\, \pi_{t+1} + \kappa x_t \tag{8}$$

$$r_t = \frac{1}{\beta}\pi_t + u_t \tag{9}$$

ここで $g_t = \mathrm{E}_t\,(z_{t+1}) - z_t$ は状態変数です．式 (7)-(9) は内生的なコントロール変数 x_t, π_t, r_t が外生的な状態変数 g_t 及び u_t と関連しているかを示す構造式となっています．

最後に状態変数の満たすべき確率過程を設定します．ここでは標準的な方法として両者を 1 次の自己回帰過程として定義します．

$$u_{t+1} = \rho_u u_t + \epsilon_{t+1} \tag{10}$$

$$g_{t+1} = \rho_g g_t + \xi_{t+1} \tag{11}$$

変数 ξ_{t+1} と ϵ_{t+1} は状態変数に対するショックと考えます．

式 (7)-(9) は (4)-(6) 式から導出した線形化 DSGE モデルです．これを状態変数に関する (10)-(11) 式と一緒に用いることで DSGE モデルを構築します．

(7)-(11) 式からなる連立方程式におけるパラメータを推定するためのコマンドは次のようになります．

```
.  dsge (p = {beta}*E(F.p) + {kappa}*x) ///
     (x = E(F.x) -(r - E(F.p) - g), unobserved) ///
     (r = (1/{beta})*p + u) ///
     (F.u = {rhou}*u, state) ///
     (F.g = {rhog}*g, state)
```

各推定式はそれぞれカッコで囲みます．これらのコマンドは直感的に (7)-(11) 式と一致していることが分かります．DSGE モデルは複数行の推定式で構成されますが，式の左辺には一つの変数名だけを記述します．

推定式の中にあるオプション `unobserved` と `state` により `dsge` コマンドの解釈が決まります．4 つの推定式の順番は推定自体には影響しません．Stata のマニュアルでは一般的にコントロール変数から状態変数の順番で書く事にしていますが，必ずしもこの順序に従う必要はありません．

p,x,r はコントロール変数の p_t, x_t, r_t を指しています．各変数は左辺に一度だけ登場しますが，右辺では何回でも利用できます．ショックとして 2 つの状態変数を利用しました．モデルには観測可能なコントロール変数と同じ数だけのショックが必要です．ここではコントロール変数のうち，2 つの変数だけを観測可能な変数として利用します．3 つある変数のうち，産出ギャップは観測できない変数として考えることができます．産出ギャップ以外のインフレ率と利子率は観測可能な変数としてモデル化します．インフレ率と利子率の推定式を記述することで，それらが観測可能な変数であることを示すことになります．産出ギャップの式にはオプション `unobserved` を利用します．

u と g は状態変数 u_t と g_t です．現時点 t では状態変数の値は既知として, 1 期先にどのように振る舞うのかを, リードを示す F. を状態方程式の左辺につける事でモデリングします．状態変数の方程式では現時点での状態変数, または, コントロール変数の関数として将来の状態変数を定義します.

ショックとしての ϵ_t と ξ_t を対応する変数の状態方程式に入力します．デフォルトでショックは各状態方程式で用います．つまり,

```
. dsge ...(F.u = {rhou}*u, state)...
```

これは (10) 式に対応しています．状態変数をモデルにおいて確定的な変数として扱う場合は, ショックを付加する必要はありません．実際, 資本蓄積は確定的な変数として扱うことがあります．ショックを伴わない状態変数を利用する場合は, 推定式で noshock オプションを用います.

将来時点の変数の期待値を利用する時は E() 演算子と F. 演算子を利用します．例えば, $\mathrm{E}_t\left(x_{t+1}\right)$ は E(F.x) と記述します.

推定するパラメータは大カッコで囲みます.

dsge コマンドの構文に関する詳細はマニュアル [DSGE] into2 を参照してください.

パラメータ推定と解釈

(7)-(11) 式からなるモデルのパラメータを推定します．このモデルは金融経済学の文献でよく議論されるものです．(7) 式は産出ギャップのオイラー方程式として知られています．また, (8) 式はニューケインジアンフィリップスカーブを示す式であり, パラメータ κ はフィリップス曲線の傾きです．ニューケインジアンモデルでは価格は産出に依存し, κ は依存性を表しています．(9) 式は Taylor (1993) が提案したテイラールールと呼ばれるものです．テイラールールにおけるインフレ率の係数が一般的に議論の対象となります．β はここでは 2 つの役割を果たしています．一つは現在のインフレ率の偏差は将来の期待インフレ率に関連し, もう一つはインフレ率の偏差に対する利子率の偏差に関係しています.

```
. dsge (p = {beta}*E(F.p) + {kappa}*x)

> (x = E(F.x) -(r - E(F.p) - g), unobserved)
>        (r = (1/{beta})*p + u)
> (F.u = {rhou}*u, state)
> (F.g = {rhog}*g, state)
(setting technique to bfgs)
Iteration 0:   log likelihood = -13931.564
Iteration 1:   log likelihood = -1301.5118  (backed up)
Iteration 2:   log likelihood = -1039.6984  (backed up)
Iteration 3:   log likelihood = -905.70867  (backed up)
Iteration 4:   log likelihood = -842.76867  (backed up)
(switching technique to nr)
Iteration 5:   log likelihood = -812.04209  (backed up)
Iteration 6:   log likelihood = -786.76609
Iteration 7:   log likelihood = -777.19779
Iteration 8:   log likelihood =  -768.8383
Iteration 9:   log likelihood =  -768.1368
Iteration 10:  log likelihood = -768.09519
Iteration 11:  log likelihood = -768.09383
Iteration 12:  log likelihood = -768.09383
DSGE model
Sample: 1954q3 - 2016q4                         Number of obs     =        250
Log likelihood = -768.09383
```

	Coef.	OIM Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
/structural						
beta	.5112881	.075791	6.75	0.000	.3627404	.6598359
kappa	.1696296	.0475492	3.57	0.000	.076435	.2628243
rhou	.6989189	.0449192	15.56	0.000	.6108789	.7869588
rhog	.9556407	.0181342	52.70	0.000	.9200983	.9911831
sd(e.u)	2.317589	.2988024			1.731947	2.90323
sd(e.g)	.6147348	.0973279			.4239757	.8054939

```
.
end of do-file
```

4 つのパラメータのうちの 2 つは構造モデルのパラメータです．kappa はフィリップス曲線の傾きです．理論上, このパラメータは正になります．実際の推定結果もやはり正になっています．

パラメータ beta は利子率の推定式におけるインフレ率の係数の逆数となります．$1/\beta$ の推定値は nlcom コマンドを使えば簡単に計算でき, これはインフレに対する中央銀行の反応と程度とみなすことができます．

```
. nlcom 1/_b[beta]
```

```
       _nl_1:  1/_b[beta]
```

	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
_nl_1	1.955844	.2899255	6.75	0.000	1.387601	2.524088

文献によれば $1/\beta$ の値はほぼ 1.5 程度になります．ここでは点推定の値は約 2 となっています．

政策および遷移行列

状態変数がコントロール変数に与える影響は状態空間モデルにおいてパラメータ行列と定義します．この行列のことを DSGE モデルでは政策行列と呼びます．政策行列のパラメータは状態変数に 1 単位のショックを与えた時の, コントロール変数の効果を示します.

例 1:政策行列の計算

政策行列を求める時は推定後に `estat policy` コマンドを実行します.

```
. estat policy
```

Policy matrix

	Coef.	Delta-method Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
p						
u	-.4170859	.0389324	-10.71	0.000	-.4933919	-.3407799
g	.881884	.2330573	3.78	0.000	.4251001	1.338668
x						
u	-1.580153	.3926336	-4.02	0.000	-2.3497	-.8106049
g	2.658667	.9045286	2.94	0.003	.885823	4.43151
r						
u	.1842449	.056798	3.24	0.001	.072923	.2955669
g	1.724828	.2210259	7.80	0.000	1.291625	2.158031

推定式ごとの計算結果を表示します．一番上のインフレ率 p の部分から見ていくと, それが, 状態変数の関数になっていることが分かります．u に 1 単位のショックが発生すると, それによりインフレ率が 0.417 下がることが分かります．一方, g に対する 1 単位のショックによりインフレ率は 0.882 上がることが分かります.

◁

状態変数のダイナミック過程はパラメータ行列 (状態遷移行列) を用いて設定できます．状態遷移推定式は状態変数の将来の値に関係しますが, 結局, その将来の値が現在の値に影響を持つという関係になっています．各状態遷移行列のパラメータは一期先平均の状態変数に 1 単位のショックを与えた時の効果となっています.

例 2:遷移行列の計算

```
. estat transition
```

```
. estat transition
Transition matrix of state variables
```

		Delta-method				
	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
F.u						
u	.6989189	.0449192	15.56	0.000	.6108789	.7869588
g	1.11e-16	7.11e-12	0.00	1.000	-1.39e-11	1.39e-11
F.g						
u	0	(omitted)				
g	.9556407	.0181342	52.70	0.000	.9200983	.9911831

2 つの状態変数は自己回帰過程としてモデル化しました. よって, `estat transition` コマンドは dsge コマンドの出力から rhou と rhog の推定値を単に繰り返し表示します. この例題では状態遷移行列の他の項目は 0 か, または, 計算精度の問題から 0 とは少しだけ違った値を表示します. 状態方程式がコントロール変数に依存するような, より複雑なモデルでは状態遷移行列には状態変数に関する新しい情報が含まれることもあります.

インパルス応答

状態空間モデルを用いる DSGE モデルでは, 状態変数にショックに与えた時の応答に対して, コントロール変数や状態変数のパスをトレースできます. ここで言うパスとはインパルス応答関数 (IRF) の事です. Stata では `dsge` コマンドでモデルを推定し, 次にファイルとして `.irf` を作成します. そして内容を `irf graph` や `irt table` コマンドで表現します.

例 3:IRF のグラフ化

IRF をグラフ化するためには最初に nkirf.irf という名前でファイルを作成します. そして, irf set コマンドでアクティブにします.

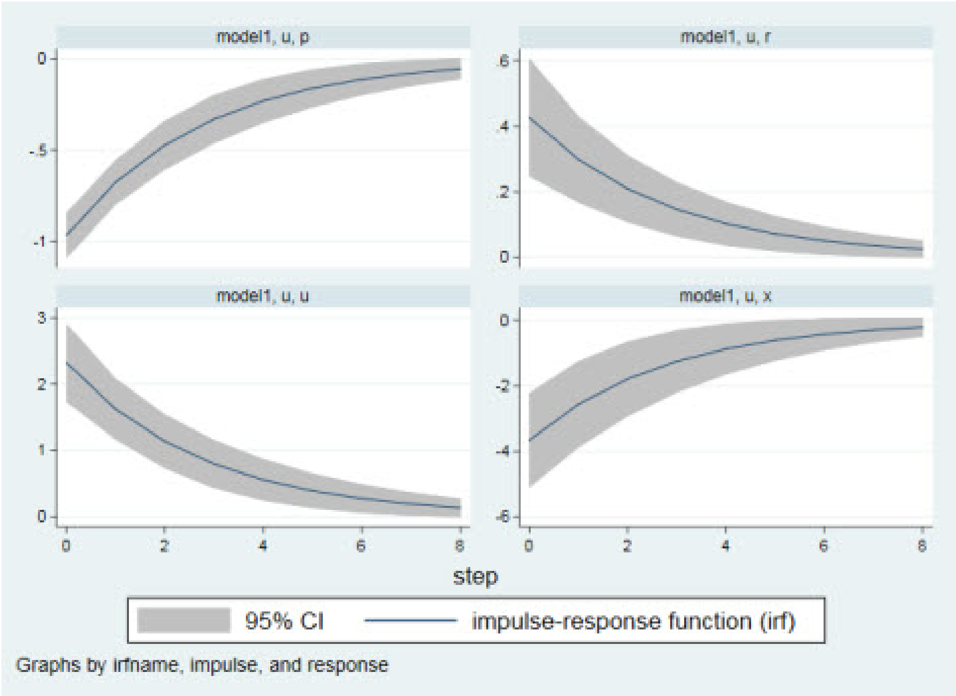
```
. irf set nkirf.irf
(file nkirf.irf created)
(file nkirf.irf now active)
```

次に `irf create` コマンドで `dsge` コマンドに基づくフルセットのインパルス応答関数を推定します. フルセットとは, 全てのショックに対する各状態変数と各コントロール変数のすべての組合せの事を指します. このモデルの場合, `irf create` は `e.u` と `e.g` にショックを与え, `p,x,r,g,u` の応答を作成します. Stata はその結果を `nkirf.irf` というファイルに保存します.

```
. irf create model1
(file nkirf.irf updated)
```

ここで `irg graph` コマンドを利用してインパルス応答のグラフを作成します. `impulse()` と `response()` オプションを使って, 目的のインパルスと応答を選択します. `u` にショックを与えた時の `p,x,r,u` の応答をグラフ化する場合は次のように入力します.

```
. irf graph irf, impulse(u) response(x p r u) byopts(yrescale)
```



状態変数 u はインフレ率と利子率の間のフィードバック作用以外の原因で生じる利子率の動きをモデル化します. 図から u へのショックは効果的に利子率に正の増加をもたらし, IRF はこのショックが一時的にインフレ率 (上段左) と産出ギャップ (下段右) を減少させていることが分かります.

◁

予測

DSGE モデルをフィットした後でダイナミック予測を行うコマンドが一連の forecast コマンドとして用意されています.

例 4:アウトオブサンプルの予測

`dsge` コマンドの推定結果を保存します.

```
. estimates store dsge_est
```

予測を行うためにデータの範囲を 3 年 (12 四半期) 分, 先に延ばします.

```
. tsappend,add(12)
```

DSGE モデルにおける予測は次に示す 3 のステップに従って行います. 最初に `forecast create` コマンドで新しい予測用モデル `dsgemodel` を作成します.

```
. forecast estimates dsge_est
Added estimation results from dsge.
Forecast model dsgemodel now contains 2 endogenous variables.
```

このコマンドは dsge_est に保存されている推定値を dsgemodel に追加します. 次に forecast solve コマンドで 2017 年の第一四半期を始期とするダイナミック予測の計算を行います. オプション prefix(d1_) は forecast コマンドで作成した予測の変数にプリフィックス d1_を付加します. ダイナミック予測の始期を 2017 年第一四半期とするため, オプション begin(tq(2017q1)) を利用します.

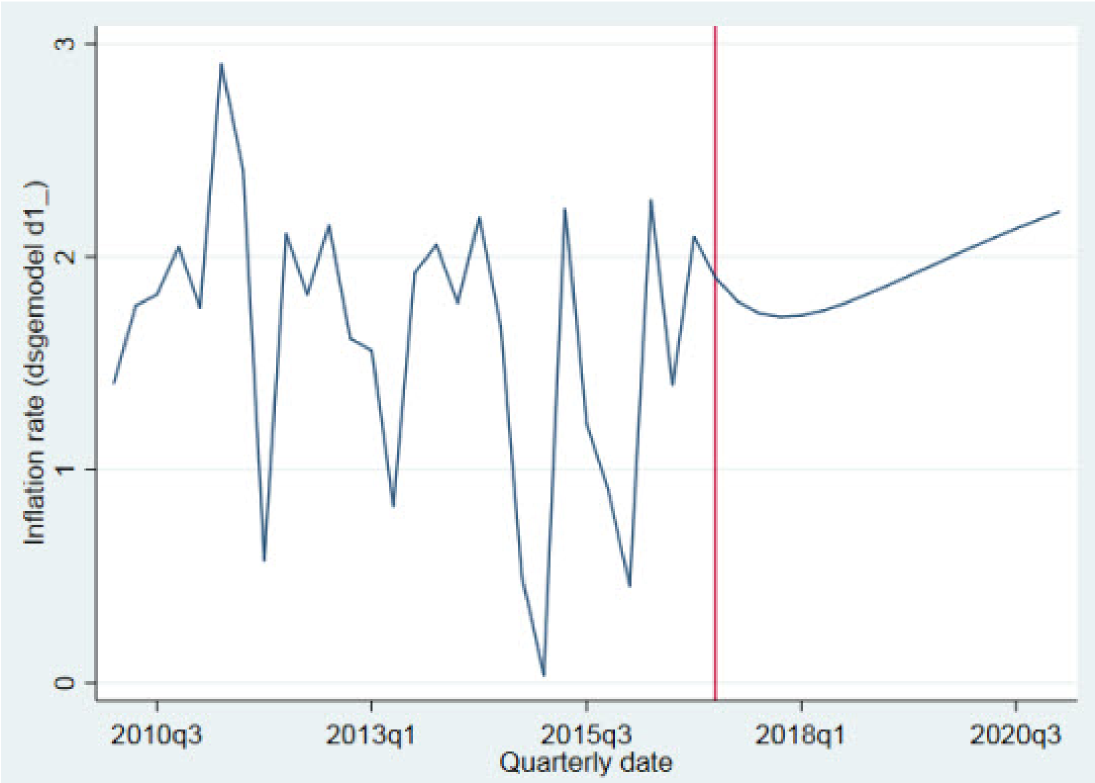
```
. forecast solve, prefix(d1_) begin(tq(2017q1))
```

```
. forecast solve, prefix(d1_) begin(tq(2017q1))
Computing dynamic forecasts for model dsgemodel.

Starting period:  2017q1
Ending period:    2020q1
Forecast prefix:  d1_

2017q1:  .............
2017q2:  .............
2017q3:  .............
2017q4:  .............
2018q1:  .............
2018q2:  ............
2018q3:  ............
2018q4:  ............
2019q1:  ............
2019q2:  ............
2019q3:  ............
2019q4:  ............
2020q1:  ............

Forecast 2 variables spanning 13 periods.
```

ダイナミック予測は 2017 年第一四半期から始まっており, アウトオブサンプルの予測となっていることが分かります.

tsline コマンドを利用してインフレイ率 d1_p をグラフ化します.

```
. tsline d1_p if tin(2010q1, 2021q1), tline(2017q1)
```



インフレ率は滑らかに変化しつつ, 長期的には標本平均に回帰する様子が分かります.

◁

次は手元のデータに対応した各時点の予測値を求めます.

例 5 ウィズインサンプルの予測

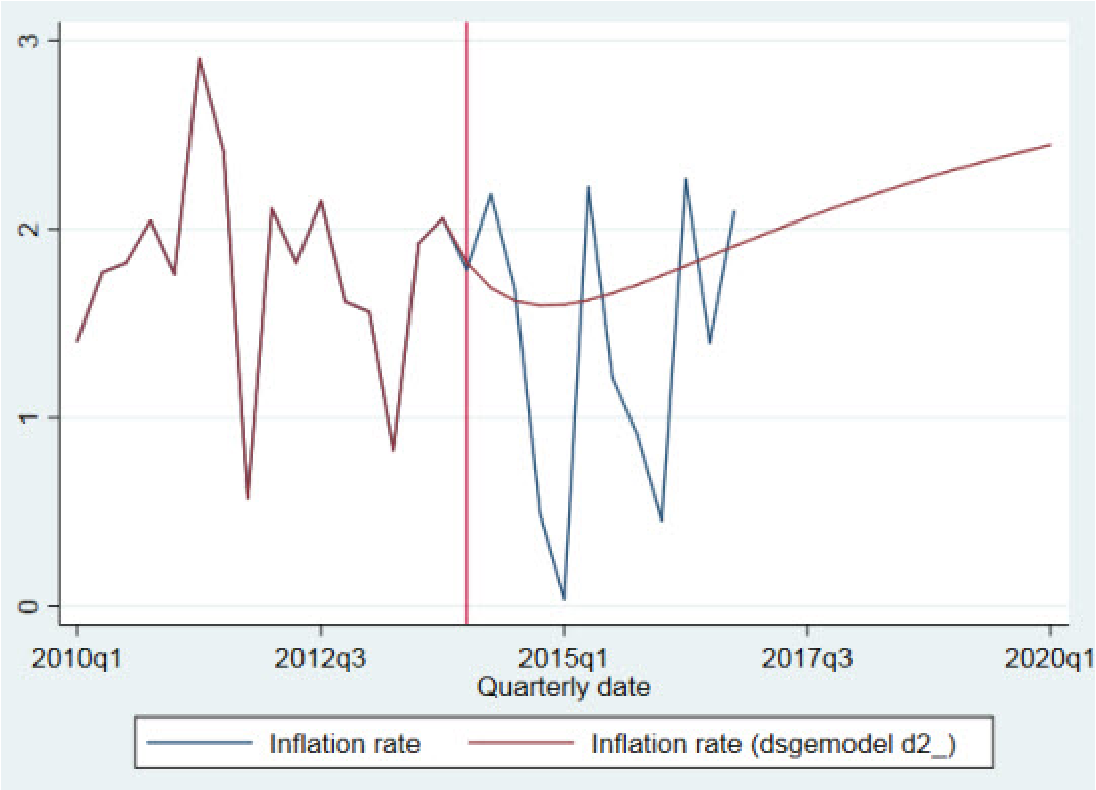
ここではオプションとして begin(tq(2014q1)) を利用して 2014 年第一四半期から始まるダイナミック予測を実行します. そして 2014 年から 2016 年の間で実現値との比較を行います.

```
. forecast solve, prefix(d2_) begin(tq(2014q1))
```

```
. forecast solve, prefix(d2_) begin(tq(2014q1))
Computing dynamic forecasts for model dsgemodel.

Starting period:  2014q1
Ending period:    2020q1
Forecast prefix:  d2_

2014q1:  .............
2014q2:  .............
2014q3:  .............
2014q4:  .............
2015q1:  .............
2015q2:  .............
2015q3:  .............
2015q4:  ............
2016q1:  ............
2016q2:  ............
2016q3:  ............
2016q4:  ............
2017q1:  ............
2017q2:  ............
2017q3:  ............
2017q4:  ............
2018q1:  ............
2018q2:  ............
2018q3:  ............
2018q4:  ............
2019q1:  ............
2019q2:  ............
2019q3:  ............
2019q4:  ............
2020q1:  ............

Forecast 2 variables spanning 25 periods.
```

次にインフレ率について実現値と予測値をプロットします.

```
. tsline p d2_p if tin(2010q1, 2021q1), tline(2014q1)
```



2014 年から 2016 年にかけて上昇トレンドが見て取れますが, トレンドを中心とする変動は予想できていません.

DSGE モデルの構造形と誘導形

例題を用いて DSGE モデルの推定手法を紹介しました. ここでは数式を用いて DSGE モデルの一般的な定式化について説明します. 先ほどの (7)-(11) 式は線形化した DSGE モデルの例ですが, それを数式で表現すると次のようになります.

$$\mathbf{A}_0\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathrm{E}_t(\mathbf{y}_{t+1}) + \mathbf{A}_2\mathbf{y}_t + \mathbf{A}_3\mathbf{x}_t \tag{12}$$

$$\mathbf{B}_0\mathbf{x}_t = \mathbf{B}_1 \mathrm{E}_t(\mathbf{y}_{t+1}) + \mathbf{B}_1\mathbf{y}_t + \mathbf{B}_3\mathbf{x}_t + \mathbf{C}\epsilon_{t+1} \tag{13}$$

ここで $\mathbf{y}_t$ はコントロール変数のベクトル, $\mathbf{x}_t$ は状態変数のベクトル, ϵ_t はショックのベクトルです. $\mathbf{A}_0$ から $\mathbf{A}_3$, そして $\mathbf{B}_0$ から $\mathbf{B}_3$ はパラメータの行列です. ここで $\mathbf{A}_0$ と $\mathbf{B}_0$ は対角行列です. $\mathbf{A}_i$ と $\mathbf{B}_j$ の行列要素はベクトル θ で表現可能な構造パラメータの関数です. 経済理論ではこの $\mathbf{A}_i$ と $\mathbf{B}_j$ に制約条件を課します. $\mathbf{C}$ はショックを与える状態変数を決定するための選択行列です.

モデルを状態空間モデルの形で記述すると次のようになります.

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{G}\mathbf{x}_t \tag{14}$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{H}\mathbf{x}_t + \mathbf{M}\epsilon_{t+1} \tag{15}$$

ここで先と同様, $\mathbf{y}_t$ はコントロール変数のベクトル, $\mathbf{x}_t$ は状態変数のベクトル, ϵ_t はショックのベクトルです. $\mathbf{G}$ は政策行列, $\mathbf{H}$ は状態遷移行列です. $\mathbf{M}$ は対角行列でショックの一標準偏差からなります.

$\mathbf{y}_t$ はコントロール変数ですが, $\mathbf{y}_t = (\mathbf{y}_{1,t}, \mathbf{y}_{2,t})$ のように観測可能なものと, 観測できないものに分けます. 観測可能なコントロール変数は次式によってコントロール変数と関連付けを行います.

$$\mathbf{y}_{1,t} = \mathbf{D}\mathbf{y}_t$$

$\mathbf{D}$ は選択行列です. モデル推定においては観測可能な変数だけが利用されます. この時, 観測可能な変数の個数とショックを含む状態方程式の数を一致させる必要があります.

`dsge` コマンドを利用する際は (12)-(13) 式の形式でモデルを記述する必要があります. このような誘導形に書き換えるにはもちろん, ある程度の手間がかかります. 詳細は [DSGE] **intro 4** を参照してください. モデル推定後に利用する `estat policy` と `estat transition` コマンドは (14)-(15) に示す政策行列と遷移行列を求めるものです.

参考文献

Canova, F. 2007. *Methods for Applied Macroeconomic Research.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

DeJong, D. N., and C. Dave. 2011. *Structural Macroeconometrics.* 2nd ed. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Ljungqvist, L., and T. J. Sargent. 2012. *Recursive Macroeconomic Theory.* 3rd ed. Cambridge, MA: MIT Press.

Taylor, J. B. 1993. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 39: 195–214.

Woodford, M. 2003. *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy.* Princeton, NJ: Princeton University Press.