

## 常微分方程式の解法事例 - 1 階線形微分方程式

SWP/SNB には解析的手法で常微分方程式を解く機能が備わっていますが、ここでは **1 階線形微分方程式** に帰着できるケースを中心に、その実力を検証してみます。

【参考文献】 小寺平治著：なっとくする微分方程式(講談社)

**Example1** 微分方程式  $y'+2xy = x$  を解け。

### 1. 教科書的解法

1 階線形微分方程式  $y'+P(x)y = Q(x)$  の一般解は

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left( \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right) \quad (1)$$

で与えられる。今の場合、 $P(x) = 2x$ 、 $Q(x) = x$  なのだから

$$\begin{aligned} y &= e^{-\int 2xdx} \left( \int xe^{\int 2xdx} dx + C \right) \\ &= e^{-x^2} \left( \int xe^{x^2} dx + C \right) \\ &= e^{-x^2} \left( \frac{1}{2}e^{x^2} + C \right) \\ &= Ce^{-x^2} + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

### 2. SWP/SNB-MuPAD

数式  $y'+2xy = x$  に対して **常微分方程式:解** コマンドを適用、結果は次の通り。

$$\left\{ C_{35}e^{-x^2} + \frac{1}{2} \right\} \quad (3)$$