
EViews

VARモデルによる短期予測

LightStone Corp

VARモデルによる短期予測

1. VARモデルの推定
2. 構造VARモデルの推定
3. VECモデルの推定

データ: c:\¥reviews¥reviews04

1. VARモデル

- ARモデルを複数変数に拡張したモデル(Vector Autoregressive model)。VARモデル、ベクトル自己回帰モデルと呼ばれる

- 2変量VAR(1)モデルの例

$$\begin{cases} y_{1t} = c_1 + \phi_{11}y_{1,t-1} + \phi_{12}y_{2,t-1} + \epsilon_{1t} \\ y_{2t} = c_2 + \phi_{21}y_{1,t-1} + \phi_{22}y_{2,t-1} + \epsilon_{2t} \end{cases}, \quad \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim W.N.(\Sigma)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

分析の目的

- ある変数に発生したショックが、変数間でどのように伝搬するのか？

$$\begin{cases} y_{1t} = c_1 + \phi_{11}y_{1,t-1} + \phi_{12}y_{2,t-1} + \epsilon_{1t} \\ y_{2t} = c_2 + \phi_{21}y_{1,t-1} + \phi_{22}y_{2,t-1} + \epsilon_{2t} \end{cases}, \quad \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim W.N.(\Sigma)$$

分析の流れ

1. 分析対象となる定常時系列データを用意する

2. 変数間にグレンジャーの意味での因果関係が存在することを確認する

3. VARモデルを推定し、パラメータの有意性を確認する

4. インパルス応答と分散分解を実行し、変数間の関係に解釈を与える

VARモデルの制約と特徴

$$\begin{cases} y_{1t} = c_1 + \phi_{11}y_{1,t-1} + \phi_{12}y_{2,t-1} + \epsilon_{1t} \\ y_{2t} = c_2 + \phi_{21}y_{1,t-1} + \phi_{22}y_{2,t-1} + \epsilon_{2t} \end{cases}, \quad \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim W.N.(\Sigma)$$

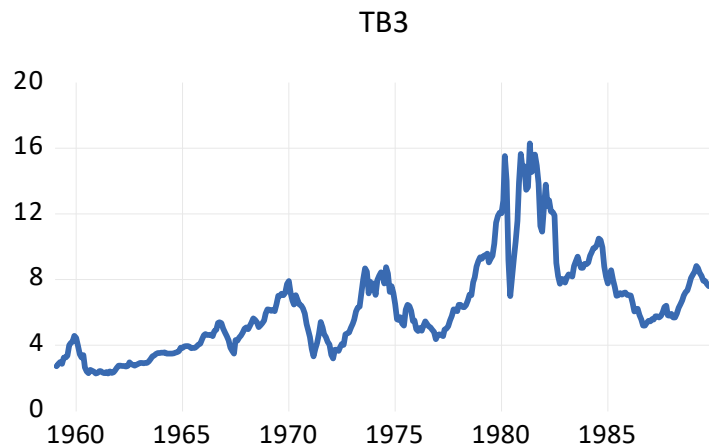
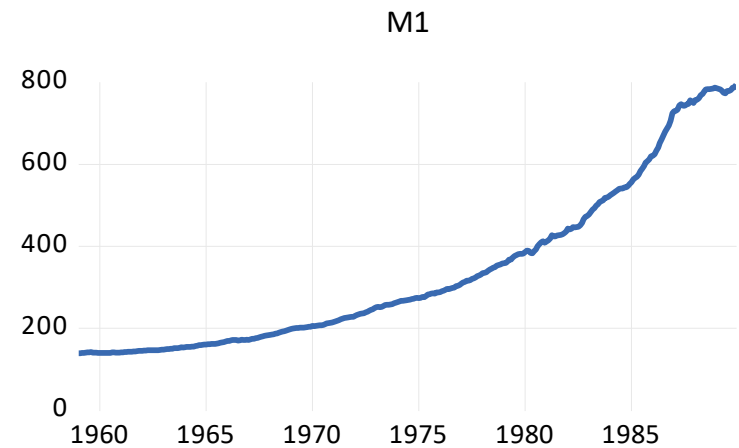
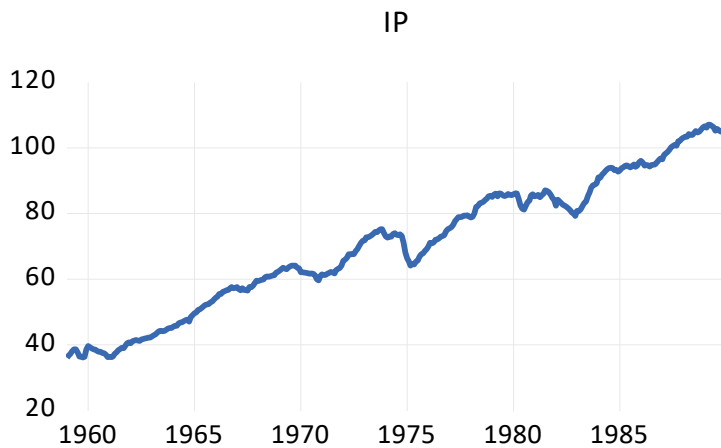
- 各式の攪乱項の相関は許される。一方、攪乱項の系列相関は許容されない
- すべての回帰式が同一の説明変数セットを持つ。この時、各式を個別にOLS推定できる
- ARモデルに比べ、他の変数のラグ項を用いることで、予測結果が改善することが期待できる

VARモデルの操作

- basics.wf1 (フォルダeviews04)にある次の3つの変数を使ってVARモデルを作成する
 - IP
 - M1
 - TB3

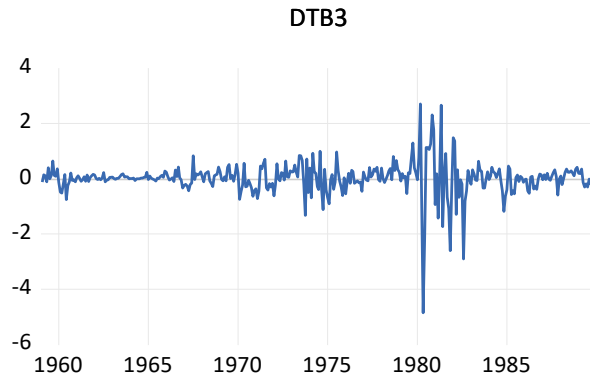
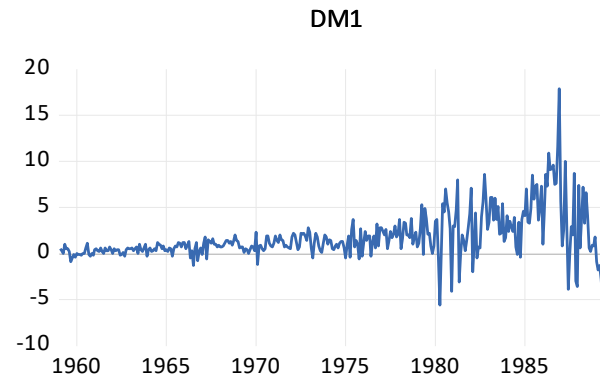
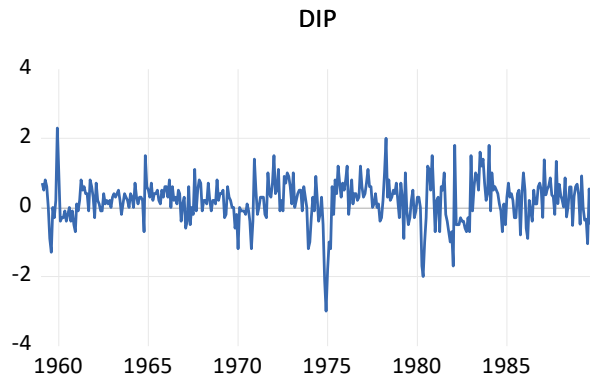
操作: EViewsを起動してbasicsを開き、3つの変数でグループオブジェクトgroup01を作成し、グラフ表示します

VARモデルの操作



定常時系列データ

操作2: 時系列データの階差をとって、dip, dm1, dtb3を作成します。グループオブジェクト名はgroup02とし、次のグラフを表示します



Granger(1969)

- VARモデルを推定する場合には最初にグレンジャーの因果性検定を行う
- 2つの時系列データxとyの場合

1.yの過去による現在のyの予測モデルを考える(ARモデル)

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_l y_{t-l} + \epsilon_t$$

2.次に、xの過去を加えた次のような予測モデルを考える

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_l y_{t-l} + \boxed{\beta_1 x_{t-1} + \cdots + \beta_l x_{t-l}} + \epsilon_t$$

Granger(1969)

- ここで以下の帰無仮説をF検定する。これをグレンジャー因果性の検定と呼ぶ

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_l = 0$$

(x does not Granger cause y)

- この検定は、背後に特定の経済理論を置かず、追加した変数が将来を予測する上で役に立つという実用的な基準に基づいて行われる
- グレンジャー因果性は、日常的な意味での因果性を必ずしも意味しない

グレンジャーの因果関係

操作: group02でView/Granger Causalityと操作し、ラグ次数は5とします。

Pairwise Granger Causality Tests

Date: 06/24/20 Time: 15:00

Sample: 1959M01 1989M12

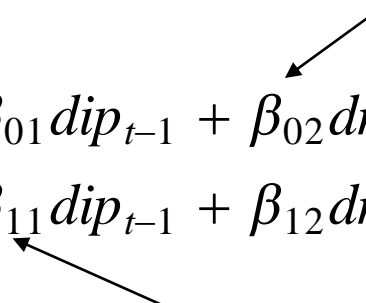
Lags: 5

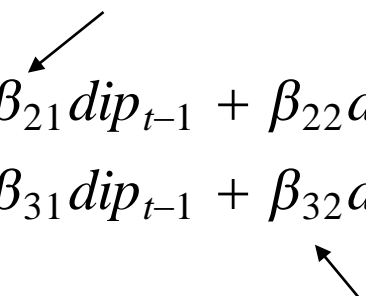
Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
DM1 does not Granger Cause DIP	366	1.92913	0.0888
DIP does not Granger Cause DM1		2.45472	0.0332
DTB3 does not Granger Cause DIP	366	2.40777	0.0363
DIP does not Granger Cause DTB3		4.39054	0.0007
DTB3 does not Granger Cause DM1	366	11.9888	1.E-10
DM1 does not Granger Cause DTB3		6.91853	4.E-06

帰無仮説は「グレンジャーの因果関係がない」です。DIPのDM1に対する帰無仮説以外は5%ですべて棄却できます

グレンジャーの因果関係

- グループオブジェクトにおけるペアワイズなグレンジャーの因果関係(ラグ1の時)

$$\begin{aligned} dip_t &= \beta_0 + \beta_{01}dip_{t-1} + \beta_{02}dm1_{t-1} + \epsilon_{0t} \\ dm1_t &= \beta_1 + \beta_{11}dip_{t-1} + \beta_{12}dm1_{t-1} + \epsilon_{1t} \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} dtb3_t &= \beta_2 + \beta_{21}dip_{t-1} + \beta_{22}dtb3_{t-1} + \epsilon_{2t} \\ dip_t &= \beta_3 + \beta_{31}dip_{t-1} + \beta_{32}dtb3_{t-1} + \epsilon_{3t} \end{aligned}$$


VARオブジェクトの作成

操作1: group02オブジェクトでProc/Make Vector Autoregressionと操作してVARオブジェクトの推定ダイアログを表示します

Step1

Step2

Step3

The screenshot shows the 'VAR Restrictions' dialog box with the following fields and annotations:

- VAR type:** A dropdown menu showing 'Standard VAR'. A red arrow points to it, labeled 'Step1'.
- Endogenous variables:** A text box containing 'dip dm1 dtb3'. This box is circled, labeled 'Step2'.
- Lag Intervals for Endogenous:** A text box containing '1 5'. This box is circled, labeled 'Step3'.
- Estimation sample:** A text box containing '1959m01 1989m12'.
- Exogenous variables:** A text box containing 'c'.

操作2:「Standard VAR」を選び、内生変数が「dip dm1 dtb3」であることを確認します
操作3:ラグを「1(スペース) 5」とスペース区切りで入力し、OKボタンをクリックします

VARモデルの推定結果

操作1: VARオブジェクトの名前をvar01としま

す
例えば、内生変数DTB3の式で
DIP(-2)のパラメータについて次の事
が分かります。

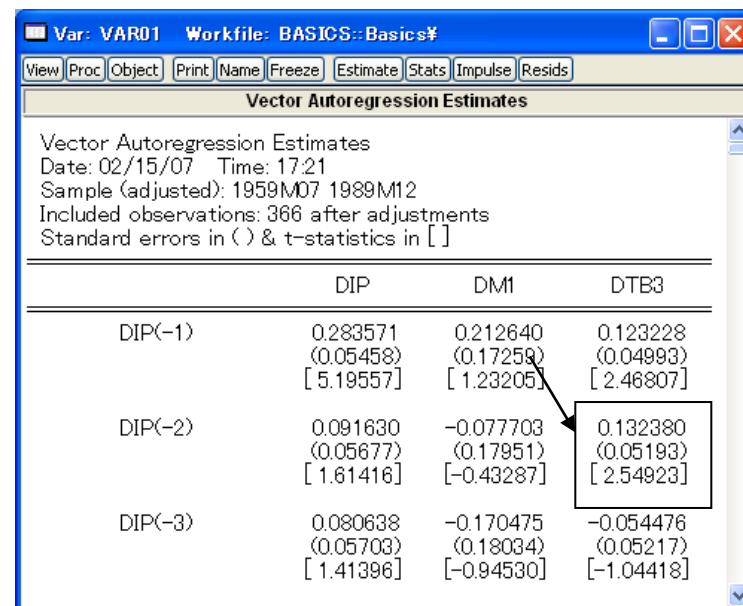
パラメータ: 0.132380

標準誤差: 0.05193

t統計量: 2.54923

t統計量が絶対値で2以上であれば、
有意水準5%で係数は有意と考えら
れます

R-squared	0.195315	0.514851	0.237833
Adj. R-squared	0.160828	0.494059	0.205168
Sum sq. resids	115.9990	1159.929	97.07373
S.E. equation	0.575696	1.820462	0.526644
F-statistic	5.663506	24.76185	7.281117
Log likelihood	-309.0550	-730.4184	-276.4608
Akaike AIC	1.776257	4.078789	1.598146
Schwarz SC	1.946864	4.249396	1.768753
Mean dependent	0.184317	1.784153	0.012003
S.D. dependent	0.628445	2.559361	0.590717
Determinant resid covariance (dof adj.)	0.281795		
Determinant resid covariance	0.246430		
Log likelihood	-1301.671		
Akaike information criterion	7.375249		
Schwarz criterion	7.887070		



	DIP	DM1	DTB3
DIP(-1)	0.283571 (0.05458) [5.19557]	0.212640 (0.17259) [1.23205]	0.123228 (0.04993) [2.46807]
DIP(-2)	0.091630 (0.05677) [1.61416]	-0.077703 (0.17951) [-0.43287]	0.132380 (0.05193) [2.54923]
DIP(-3)	0.080638 (0.05703) [1.41396]	-0.170475 (0.18034) [-0.94530]	-0.054476 (0.05217) [-1.04418]

操作2: 画面を下のほうにスクロールします

各内生変数の方程式ごとの統計量と、
一番下にVARモデル全体での尤度、情
報量規準を表示します

ラグの長さ

- 情報量規準の値を用いてラグの長さを検討する

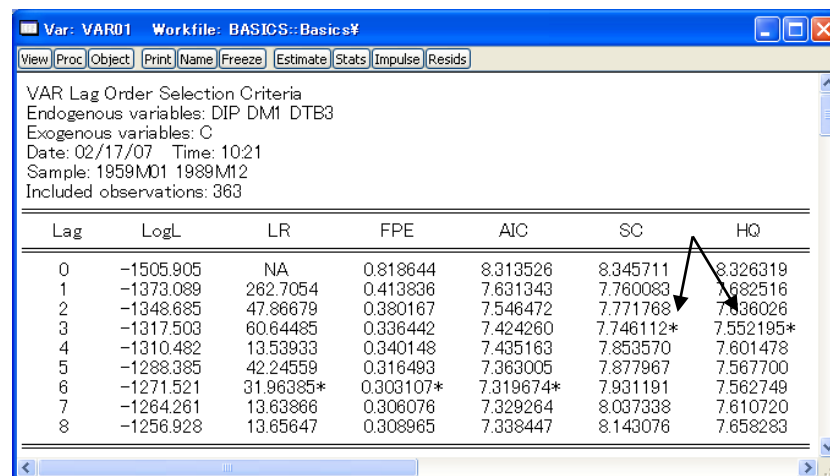
操作1: VARオブジェクトvar01でView/Lag Structure/Lag Length Criteriaとし、ラグ数は8とします

情報量規準としてAIC、SC、HQ
を出力する。アスタリスクの次数
で情報規準は最小になる

AIC: 6次

SC: 3次

HQ: 3次



Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1505.905	NA	0.818644	8.313526	8.345711	8.326319
1	-1373.089	262.7054	0.413836	7.631343	7.760083	7.682516
2	-1348.685	47.86679	0.380167	7.546472	7.771768	7.636026
3	-1317.503	60.64485	0.336442	7.424260	7.746112*	7.552195*
4	-1310.482	13.53933	0.340148	7.435163	7.853570	7.601478
5	-1288.385	42.24559	0.316493	7.363005	7.877967	7.567700
6	-1271.521	31.96385*	0.303107*	7.319674*	7.931191	7.562749
7	-1264.261	13.63866	0.306076	7.329264	8.037338	7.610720
8	-1256.928	13.65647	0.308965	7.338447	8.143076	7.658283

操作2: VARオブジェクトvar01のEstimateボタンを利用してラグの次数を3にします

グレンジャーの因果性

- VARモデルの仕様でグレンジャーの因果性検定を実行する

操作: var01でView/Lag Structure/Granger Causality/Block Exogeneity Tests
と操作します

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests

Date: 07/01/20 Time: 15:09

Sample: 1959M01 1989M12

Included observations: 368

Dependent variable: DIP

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DM1	4.833745	3	0.1844
DTB3	7.105271	3	0.0686
All	14.92212	6	0.0209

$$\begin{aligned} dip_t = & \beta_0 + \beta_1 dm1_{t-1} + \beta_2 dm1_{t-2} + \beta_3 dm1_{t-3} \\ & + \beta_4 dtb3_{t-1} + \beta_5 dtb3_{t-2} + \beta_6 dtb3_{t-3} + \epsilon_t \end{aligned}$$

基本的なVARモデルの推定

- 定常時系列データを用意する
- 変数間にグレンジャーの意味での因果性があるものを選択する
- グレンジャーの因果性で支持されるラグ次数を選択する
- 情報量規準がもっとも小さくなるようなVARモデルを構築する(ただし、合理的であると判断できること)

2. VARモデルの分析ツール

2-1.インパルス応答関数

- インパルス応答関数(Impulse response function)
 - ある変数に対するショックが、その変数や他の変数に与える影響を分析できる
 - ショックの識別の仕方(ショックの計算方法)によってインパルス応答関数が異なる
 - ショックとは?

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \epsilon_t$$

ショック

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Y_{t-1} + \hat{\beta}_2 Y_{t-2}$$

予測値

インパルス応答関数

- 非直交化インパルス応答関数(誤差項の相関を無視する)

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{c} + \Phi_1 \mathbf{y}_{t-1} + \cdots + \Phi_p \mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim W.N.(\boldsymbol{\Sigma})$$

- 攪乱項に1単位または1標準偏差を与えたときの変数の変化を非直交化インパルス応答と呼ぶ
- 変数 y_i に y_j のショックを与えた時の、時点 k における y_i の応答関数は

$$\text{IRF}_{ij}(k) = \frac{\partial y_{i,t+k}}{\partial \varepsilon_{jt}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

- 1標準偏差のショックは上記の値に $\sqrt{\text{Var}(\varepsilon_{jt})}$ を掛ける

A. 非直交化インパルス応答関数

$$\begin{cases} y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$\Sigma = \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \begin{pmatrix} 4 & 1.2 \\ 1.2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Y_1 に1単位のショックを与えたときの非直交化インパルス応答

$$\text{IRF}_{11}(0) = \frac{\partial y_{1t}}{\partial \varepsilon_{1t}} = 1$$

$$\text{IRF}_{21}(0) = \frac{\partial y_{2t}}{\partial \varepsilon_{1t}} = 0$$

非直交化インパルス応答関数

$$\begin{cases} y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

■ 1期後の非直交化インパルス応答

例えば, $y_{1,t+1} = -1 + 0.6y_{1t} + 0.3y_{2t} + \varepsilon_{1t+1}$

$$\begin{aligned} \text{IRF}_{11}(1) &= \frac{\partial y_{1,t+1}}{\partial \varepsilon_{1t}} = 0.6 \times \frac{\partial y_{1t}}{\partial \varepsilon_{1t}} + 0.3 \times \frac{\partial y_{2t}}{\partial \varepsilon_{1t}} \\ &= 0.6 \text{IRF}_{11}(0) + 0.3 \text{IRF}_{21}(0) = 0.6 \end{aligned}$$

k期のIRFはk-1期のIRFで逐次的に計算できる

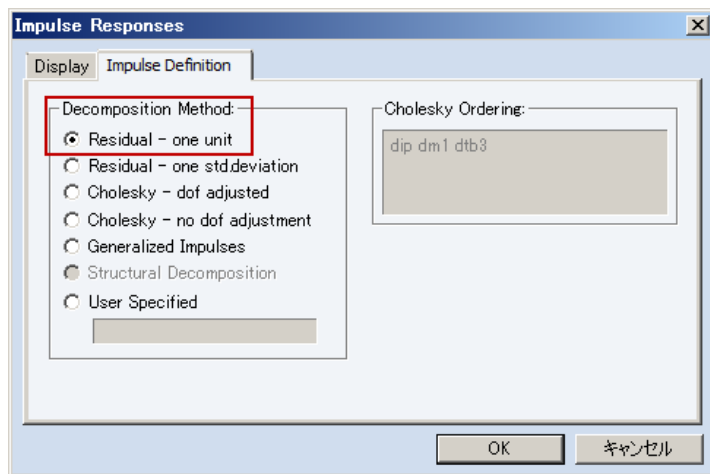
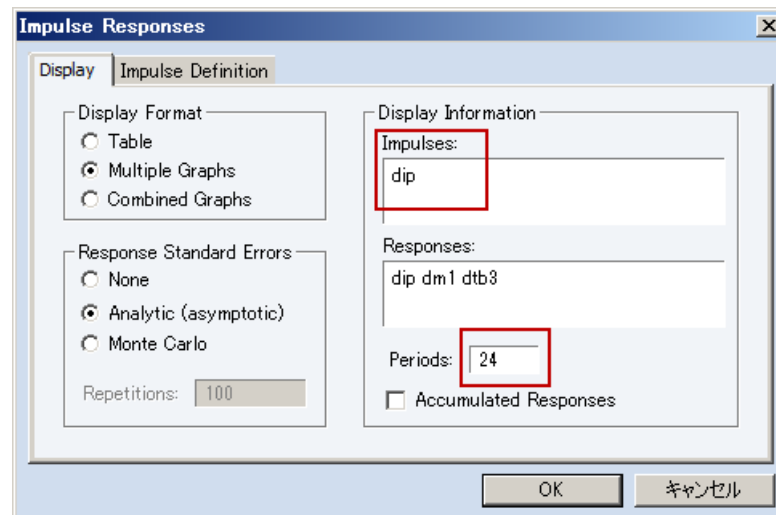
インパルス応答の操作

- dm1の誤差項1単位分のショックを加えた時の、他の変数とdm1自身への影響を観察する

操作1: var01でImpulseボタンをクリックします

操作2: インパルスを与える変数名としてdipを入力します

操作3: 応答の観察期間を24(月)と変更します

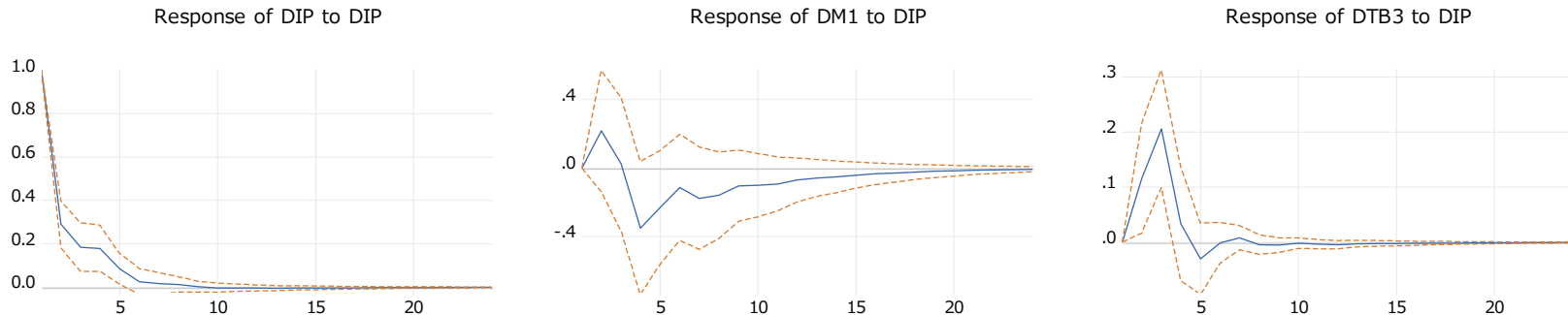


操作4: Impulse Definitionのタブで、Residual-one unit(1単位)となっている事を確認してOKボタンをクリックします。

インパルス応答

- 信頼区間付きの応答曲線が表示されます。

Response to Nonfactorized One Unit Innovations ± 2 S.E.

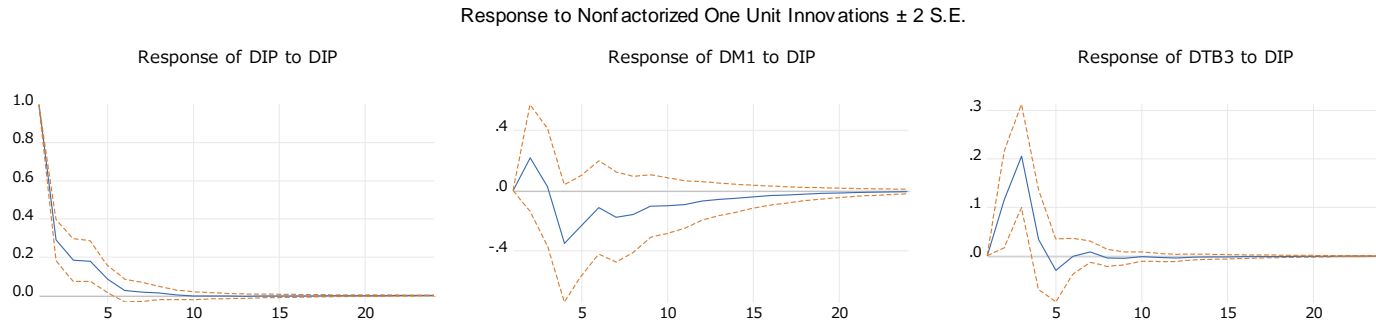


1. 一番左のグラフの第0時点が1.0から始まっており、その他のグラフは0から始まっていることを確認する
2. 定常過程の場合、時間経過に伴い、インパルス応答はゼロに収束する(ショックは消滅する)
3. 非直交化インパルス応答は翌月から変化する(dm1とdtb3)

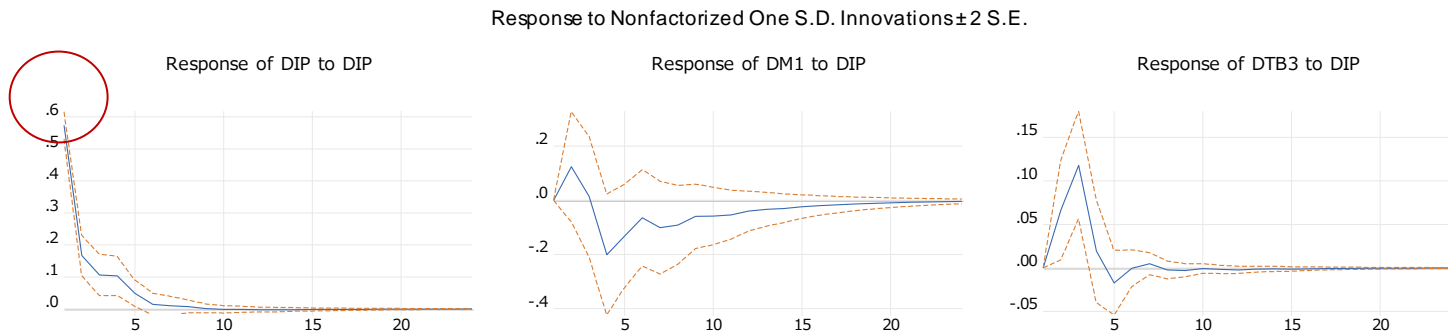
インパルス応答の違い

- one std. deviation を選んだ場合との結果の比較を表示します。

oneunit



onestd.

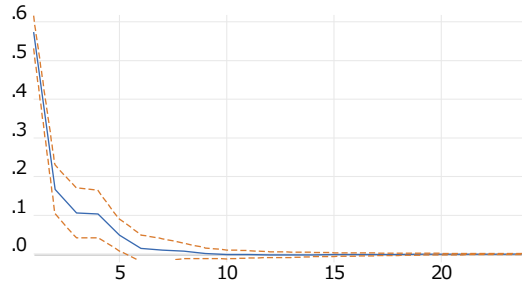


操作: それぞれにインパルスによる応答波形を作成し、Freezeボタンをクリックしてoneunitおよびonestdという名前で保存します

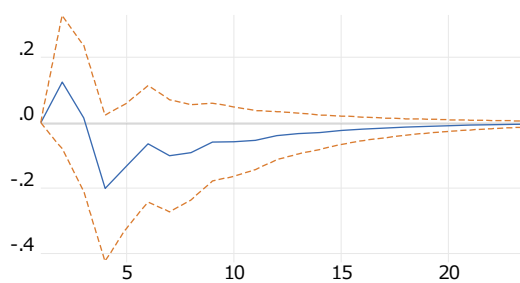
インパルス応答

Response to Nonfactorized One S.D. Innovations ± 2 S.E.

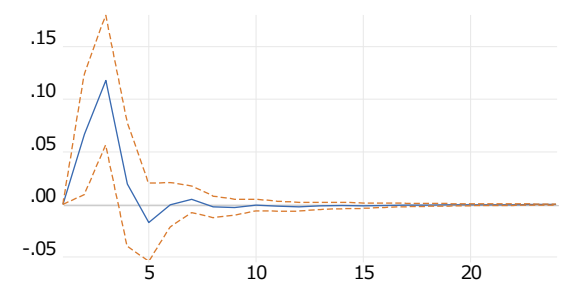
Response of DIP to DIP



Response of DM1 to DIP



Response of DTB3 to DIP



- dipにショックは発生したとき、dm1は次の期(月)に増加することが期待されが、95%CIはゼロを含んでいる
- dip自身はショックが直ちに消失する方向に変化し、1年以内に定常状態に戻る
- dtb3は翌期に大きく増加方向に変化する。その時の最大値は0.15以上

B. 直交化インパルス応答関数

$$\begin{cases} y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$\Sigma = \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \begin{pmatrix} 4 & 1.2 \\ 1.2 & 1 \end{pmatrix}$$

相関を考慮する

$$\text{Corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = \frac{1.2}{\sqrt{4 \times 1}} = 0.6$$

Y1にプラスのショックが発生すると、Y2にも同時にプラスのショックが発生しやすいという状況を考える

直交化インパルス応答

- 誤差項間の相関をインパルス応答にどのように反映させるか？

$$\begin{cases} y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$\Sigma = \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \begin{pmatrix} 4 & 1.2 \\ 1.2 & 1 \end{pmatrix}$$

- ショックの伝搬に関する仮定と数学的な計算テクニックを利用する(コレスキー分解)

三角分解

- 誤差項の分散共分散行列が正定値行列であることを利用する(三角分解)

$$\Sigma = ADA'$$

A:対角成分が1に等しい下三角行列

D:対角行列

- 直交化攪乱項 u_t の定義

直接計算可能な誤差

$$u_t = A^{-1} \varepsilon_t$$


u_t は各変数固有の動きを示し、互いに無相関である

三角分解とコレスキー分解

- 三角分解で u_t を求め、その1標準偏差をIRFに掛けてインパルス応答を考察する
- コレスキー分解はショックの1標準偏差をIRFに与えたときにインパルス応答関数の計算に適した計算方法

$$\Sigma = A D^{1/2} D^{1/2} A' = P P'$$

P:コレスキー因子

$$v_t = P^{-1} \varepsilon_t = D^{-1/2} A^{-1} \varepsilon_t = D^{-1/2} u_t$$

コレスキー分解

$$\begin{cases} y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$\Sigma = \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \begin{pmatrix} 4 & 1.2 \\ 1.2 & 1 \end{pmatrix}$$

- コレスキー分解のAとDを用意する

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a_{21} & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \text{Var}(u_t) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

コレスキー分解

$$\Sigma = \mathbf{A} \mathbf{D} \mathbf{A}'$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1.2 \\ 1.2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a_{21} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a_{21} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & a_{21}\sigma_1^2 \\ a_{21}\sigma_1^2 & a_{21}^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって、 } \sigma_1 = 2, a_{21} = 0.3, \sigma_2 = 0.8$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{A} \mathbf{u}_t$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}$$

コレスキー分解

- コレスキー分解を使うことで、攪乱項に相関がある場合の直行化インパルス応答を求めることが可能

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \beta_1 Y_{t-1} + \gamma_1 Z_{t-1} + C_1 + \varepsilon_{t1}$$

$$Y_t = \alpha_2 X_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1} + \gamma_2 Z_{t-1} + C_2 + \varepsilon_{t2}$$

$$Z_t = \alpha_3 X_{t-1} + \beta_3 Y_{t-1} + \gamma_3 Z_{t-1} + C_3 + \varepsilon_{t3}$$

$$\varepsilon_{t1} = u_{t1}$$

$$\varepsilon_{t2} = au_{t1} + u_{t2}$$

$$\varepsilon_{t3} = bu_{t1} + cu_{t2} + u_{t3}$$

コレスキー分解の順序

- コレスキー分解を行う場合、ショックが伝搬する順番を考える

$$\varepsilon_{t1} = u_{t1}$$

$$\varepsilon_{t2} = au_{t1} + u_{t2}$$

$$\varepsilon_{t3} = bu_{t1} + cu_{t2} + u_{t3}$$

- u_{t1} はすべての式に影響する
- u_{t2} は第二式と第三式に影響する
- u_{t3} は第三式だけに影響する
- すなわち、コレスキー分解によるインパルス応答を行う際には際に、影響力が大きい(と考えられる)変数をコレスキーの順番(cholesky ordering)の先頭にもってくる

コレスキー分解の順序の決め方

- 順序の決め方に定型的な方法はない。例えば以下のような考え方をを用いることが多い
 - 先行研究を踏襲
 - 制度的・理論的知識による正当化
 - 時差・データ作成時期などによる前後関係
 - グレンジャー因果性の検定結果を参考にする

インパルス応答(コレスキー分解)

- 当期の他の変数に影響を及ぼすコレスキー分解を行います

操作:ここでは順番をdm1(マネーの変化), dtb3(短期金利の変化), dip(実体経済の変化)に設定します

Display Impulse Definition

Decomposition Method:

- ☐ Residual - one unit
- ☐ Residual - one std.deviation
- ☒ Cholesky - dof adjusted
- ☐ Cholesky - no dof adjustment
- ☐ Generalized Impulses
- ☐ Structural Decomposition
- ☐ User Specified

Cholesky Ordering:

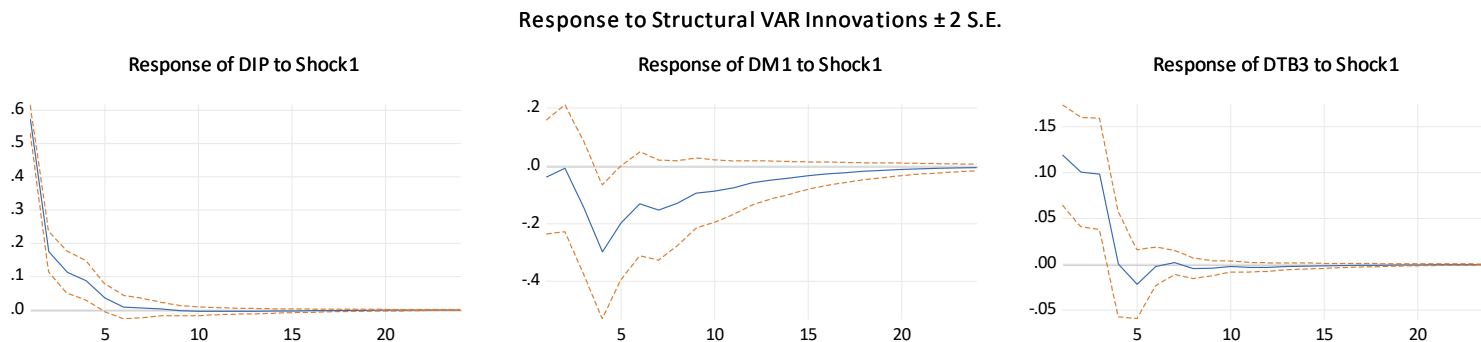
dm1 dtb3 dip

ポイント: 変数の順番は推定結果には影響しませんので再推定は必要はない。Cholesky Ordering入力フィールドに指定するだけで済みます。

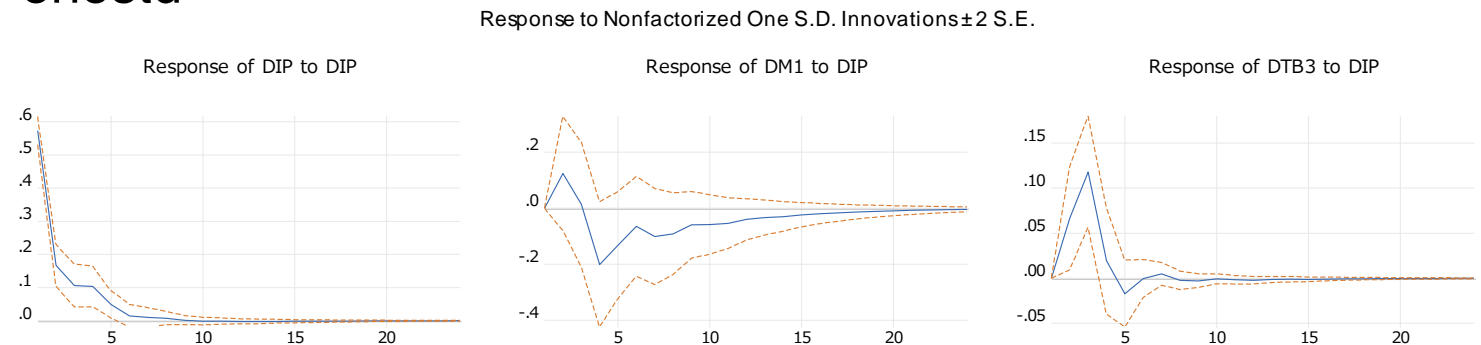
コレスキー分解の実行(続き)

操作: dipのインパルス応答のグラフを表示させます。当月にショックが伝搬しています

Cholesky(1sd)



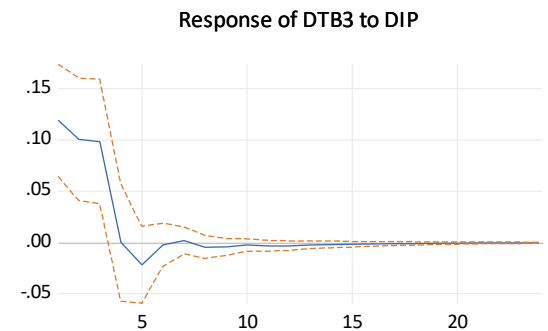
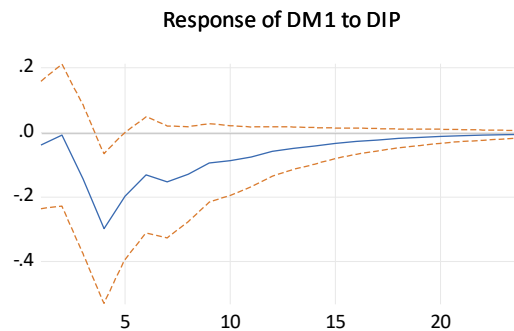
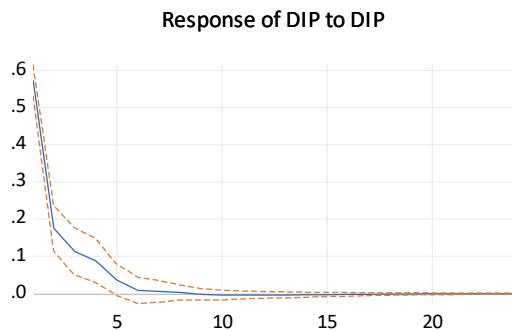
onestd



コレスキー分解

- dipにショックが発生した時、dm1とdtb3にどの程度の影響は、どのくらいの期間続くのか？

Response to Cholesky One S.D. (d.f. adjusted) Innovations ± 2 S.E.



インパルス応答の表示方法

- インパルス応答には様々な表示方法があります

Display Impulse Definition

Display Format

☒ Table

☐ Multiple Plots

☐ Combined Graphs

Response Standard Errors

☐ None

☒ Analytic (asymptotic)

☐ Monte Carlo

Repetitions: 100

Display Information

Impulses: dip

Responses: dip dm1 dtb3

Periods: 24

☐ Accumulated Responses

Period	DIP	DM1	DTB3
1	0.574313 (0.02117)	-0.038964 (0.09859)	0.119249 (0.02736)
2	0.174943 (0.03090)	-0.008285 (0.10975)	0.100657 (0.02978)
3	0.112640 (0.03174)	-0.144354 (0.11553)	0.098331 (0.03040)
4	0.087798 (0.02983)	-0.297651 (0.11611)	-3.07E-05 (0.02871)
5	0.035440 (0.02089)	-0.196904 (0.09860)	-0.022046 (0.01881)
6	0.007644 (0.01750)	-0.131691 (0.09019)	-0.002509 (0.01056)
7	0.004912 (0.01442)	-0.153321 (0.08667)	0.001796 (0.00657)
8	0.002134 (0.01024)	-0.129470 (0.07331)	-0.004699 (0.00557)
9	-0.002735	-0.094593	-0.004450

インパルス応答の解釈

- ショックによる変数の応答の大きさ(縦方向:インパクト)
- ショックによる変数の応答の持続性(横方向)

インパルス応答の表示方法

- インパルス応答には様々な表示方法がある

Display Impulse Definition

Display Format

☐ Table

☐ Multiple Graphs

☒ Combined Graphs

Response Standard Errors

☒ None

☐ Analytic (asymptotic)

☐ Monte Carlo

Repetitions: 100

Display Information

Impulses: dip dm1 dtb3

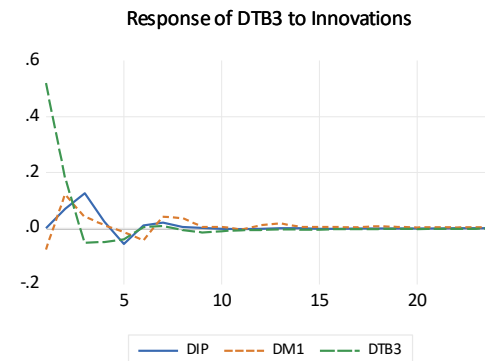
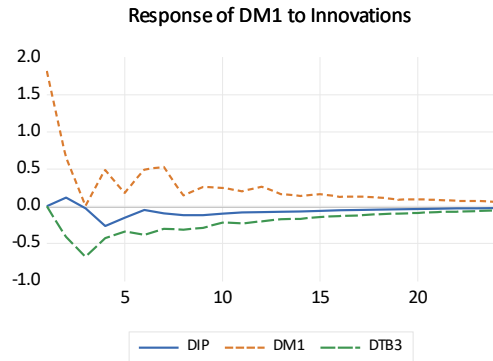
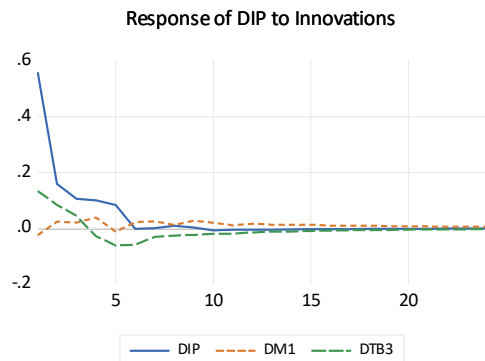
Responses: dip dm1 dtb3

Periods: 24

☐ Accumulated Responses

Impulsesに入力した変数ごとに、各グラフに一つのラインプロットを行います。
(変数が一つしか入力されていない場合は、Multiple Graphsと同じです。)

Response to Cholesky One S.D. (d.f. adjusted) Innovations



インパルス応答の表示方法

- Accumulated Responsesにチェックを入れると、累積インパルス応答を描画できる

Display Impulse Definition

Display Format

- ☐ Table
- ☐ Multiple Graphs
- ☒ Combined Graphs

Response Standard Errors

- ☒ None
- ☐ Analytic (asymptotic)
- ☐ Monte Carlo

Repetitions: 100

Display Information

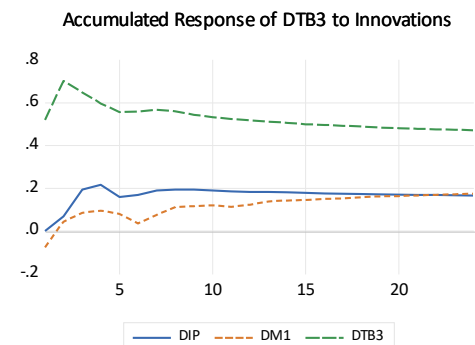
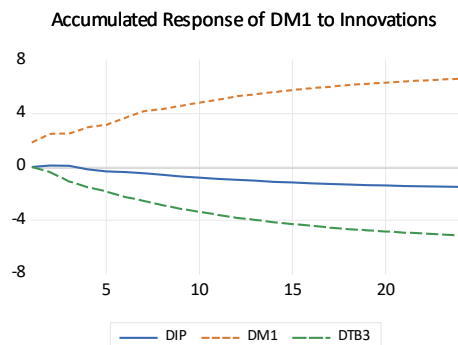
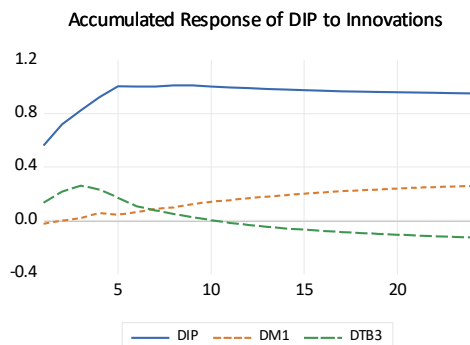
Impulses: dip dm1 dtb3

Responses: dip dm1 dtb3

Periods: 24

☒ Accumulated Responses

Accumulated Response to Cholesky One S.D. (d.f. adjusted) Innovations

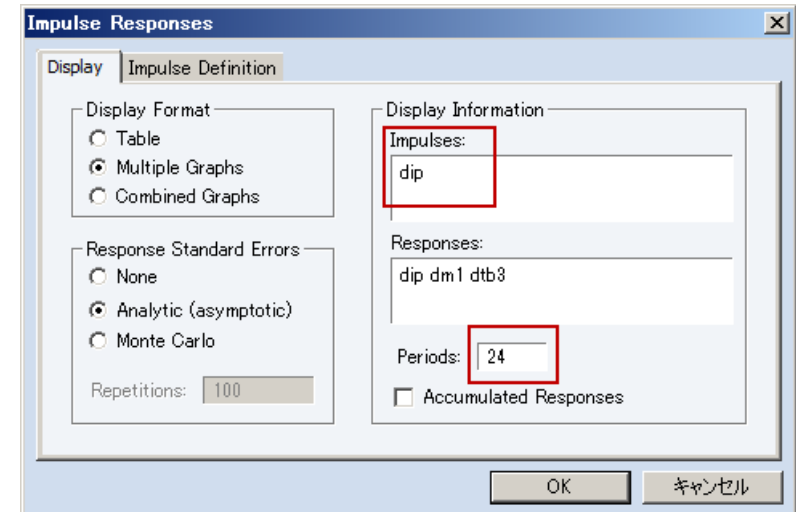


任意のショック

- 任意のショックに対する応答を観察する。例としてショックのマイナス1標準偏差のショックを与える(非直交化インパルス応答に限る)

操作1 var01をオブジェクトコピーしてvar02を作成する
操作2: 非直交化インパルス応答を実行する。ショックの大きさは1標準偏差を利用し、出力形式としてtableを選択する

Period	DIP	DM1	DTB3
1	0.575696 (0.02128)	0.000000 (0.00000)	0.000000 (0.00000)
2	0.163251 (0.03200)	-0.122416 (0.09946)	0.070942 (0.02886)
3	0.107666 (0.03313)	-0.029093 (0.10816)	0.128769 (0.03166)
4	0.102091 (0.03335)	-0.271470 (0.11366)	0.023109 (0.03196)
5	0.085200	-0.155740	-0.058609



ショックの大きさが0.57程度であることを確認する

ショックの作成

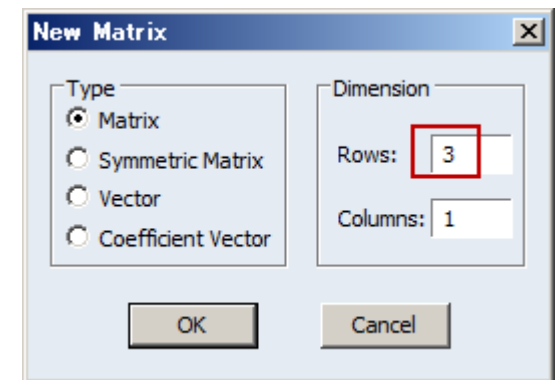
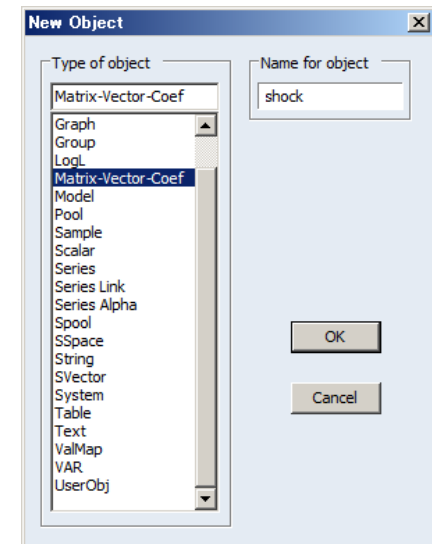
操作1: 行列オブジェクトを作成します。Matrix-Vector-Coefを選択し、名前を「shock」とします

操作2: Rowsに3と入力します

操作3: ipは変数の先頭に位置していますから、行列オブジェクトshockの1行目に-0.57 (マイナス1標準誤差)と入力します

操作4: var02でImpulseボタンをクリックし、Impulse definitionタブで、User Specifiedにshockと入力してOKボタンをクリックします

操作5: インパルス応の画面からminusというグラフオブジェクトをFreezeボタンを作成します

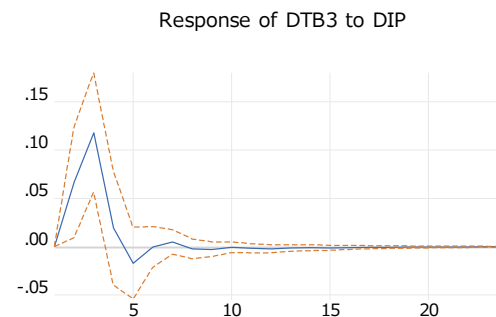
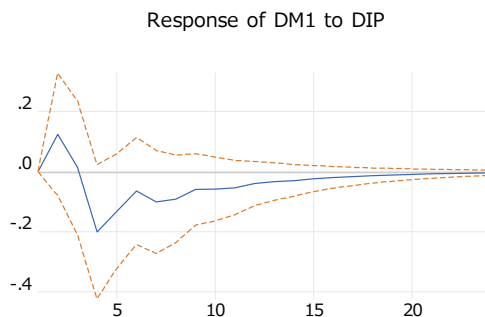
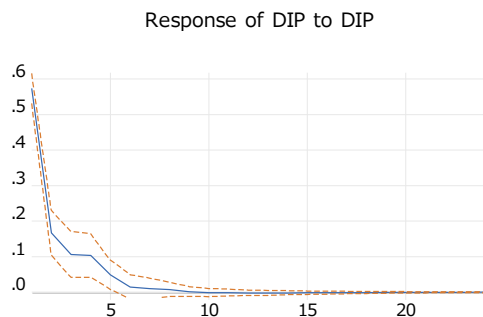


応答の反転

■ 正のショックと応答を比較します

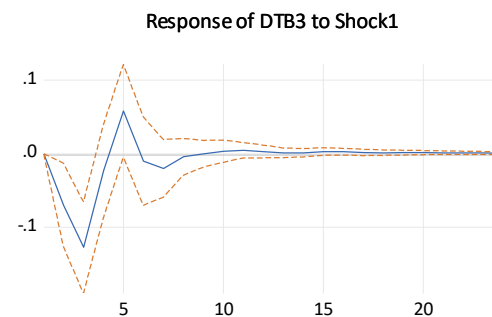
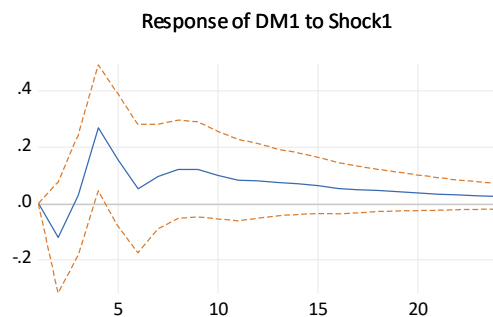
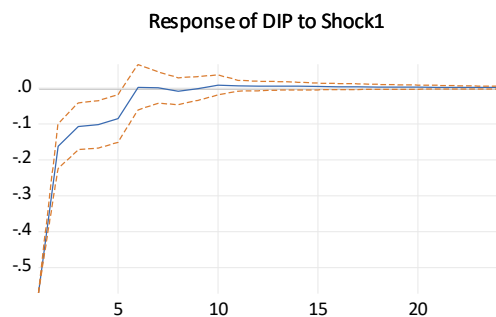
onestd

Response to Nonfactorized One S.D. Innovations ± 2 S.E.



minus(非直交化)

Response to User Specified Innovations (SHOCK) ± 2 S.E.



予測誤差の分散分解

- 分散分解: 予測誤差に大きな影響を与えている変数を調べることができます。

$$y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \epsilon_{1t} \quad , \epsilon_t \sim \text{W.N.}(\Sigma)$$

$$y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \epsilon_{2t}$$

- もし、次に示すように誤差項に相関がなければ、誤差項自体が予測誤差となる

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

予測誤差の分散分解

■ 誤差項に相関がある場合

$$y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + u_{1t} \quad , \mathbf{u}_t \sim \text{W.N.}(\mathbf{D})$$

$$y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + 0.3u_{1t} + u_{2t}$$

$$\mathbf{D} = \text{Var}(\mathbf{u}_t) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0.64 \end{pmatrix}$$

■ 話を分かり易くするために

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{c} + \mathbf{\Phi}\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}\mathbf{u}_t$$

予測の誤差

- 1期先の値と、その予測値は

$$\mathbf{y}_{t+1} = \mathbf{c} + \Phi \mathbf{y}_t + \mathbf{A} \mathbf{u}_{t+1}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{t+1|t} = \mathbf{c} + \Phi \mathbf{y}_t$$

- この時の予測誤差は

$$\hat{\mathbf{e}}_{t+1|t} = \mathbf{A} \mathbf{u}_{t+1} = \begin{cases} \hat{e}_{1,t+1|t} = u_{1,t+1} \\ \hat{e}_{2,t+1|t} = 0.3u_{1,t+1} + u_{2,t+1} \end{cases}$$

予測のMSE(分散)

$$\text{MSE}(\hat{y}_{1,t+1|t}) = E(u_{1,t+1}^2) = 4$$

$$\begin{aligned}\text{MSE}(\hat{y}_{2,t+1|t}) &= E(0.3u_{1,t+1} + u_{2,t+1})^2 \\ &= 0.09 E(u_{1,t+1}^2) + E(u_{2,t+1}^2) \\ &= 0.09 \times 4 + 0.64 = 1\end{aligned}$$

分散分解の定義

- 相対的分散寄与率(Relative Variance Contribution)

$$\text{RVC}_{ij}(k) = \frac{\text{MSE}(\hat{y}_{i,t+k|t}) \text{において } y_j \text{ が寄与する部分}}{\text{MSE}(\hat{y}_{i,t+k|t})}$$

y_1 の予測誤差について具体的に考えると

$$\text{RVC}_{11}(1) = \frac{E(u_{1,t+1}^2)}{\text{MSE}(\hat{y}_{1,t+1|t})} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{RVC}_{12}(1) = \frac{0}{\text{MSE}(\hat{y}_{1,t+1|t})} = \frac{0}{4} = 0$$

Y2の予測誤差

$$\text{MSE}(\hat{y}_{2,t+1|t}) = 0.09 \text{E}(u_{1,t+1}^2) + \text{E}(u_{2,t+1}^2) = 1$$

$$\text{RVC}_{21}(1) = \frac{0.09 \text{E}(u_{1,t+1}^2)}{\text{MSE}(\hat{y}_{2,t+1|t})} = \frac{0.09 \times 4}{1} = 0.36$$

$$\text{RVC}_{22}(1) = \frac{\text{E}(u_{2,t+1}^2)}{\text{MSE}(\hat{y}_{2,t+1|t})} = \frac{0.64}{1} = 0.64$$

予測誤差の分散分解

操作1: View :/Variance Decompositionと操作します。予測誤差を分解したい変数としてdipを入力します

操作2: コレスキー分解で変数の順番が dm1 dtb3 dipであることを確認してOKボタンをクリックします

VAR Variance Decompositions

Display Format

- ☐ Table
- ☐ Multiple Graphs
- ☒ Combined Graphs
- ☐ Stacked Graphs

Standard Errors

- ☒ None
- ☐ Monte Carlo

Repetitions for Monte Carlo: 100

Display Information

Decompositions of: dip

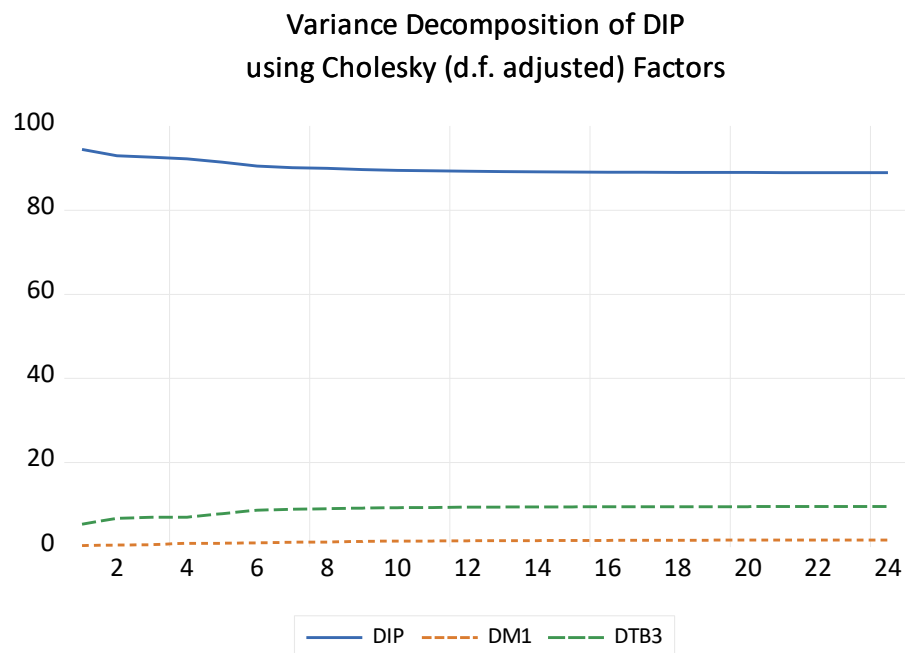
Periods: 24

Factorization

- ☒ Cholesky Decomposition
- ☐ Structural Decomposition

Cholesky order is: dm1 dtb3 dip

OK Cancel



分散分解から分かること

- dipの予期せぬ変動の約9割以上がdipへの固有のショックによって説明されることが分かる

右図は「table」形式で同様の分散分解結果を表示したもの。各Periodの予測誤差(S.E.列)に対するそれぞれの変数の寄与率が表示される

Period	S.E.	DIP	DM1	DTB3
1	0.575696	94.51379	0.197764	5.288446
2	0.603309	92.98053	0.321353	6.698119
3	0.614219	92.61078	0.405526	6.983698
4	0.624009	92.25725	0.751238	6.991516
5	0.632764	91.43569	0.775189	7.789122
6	0.635980	90.51435	0.866854	8.618791
7	0.637228	90.16039	1.010070	8.829535
8	0.637970	89.96885	1.038049	8.993103
9	0.639007	89.67736	1.199014	9.123626
10	0.639671	89.50905	1.277838	9.213114
11	0.640094	89.40057	1.300147	9.299279
12	0.640506	89.29332	1.355135	9.351541
13	0.640771	89.22790	1.386386	9.385713
14	0.641020	89.16570	1.419290	9.415011

(練習)VARモデル

次の要領で操作し、VARモデルの推定、インパルス応答、分散分解を行ってみましょう。

1. ワークファイルcurrencies.wf1を利用します
2. EUR,GBP,JPYの収益率のシリーズreur,rgbp,rjpyを作成します。そして定常性を確認します
3. グループオブジェクトを作成し、グレンジャーの意味での因果関係を調べます
4. グループオブジェクトからVARオブジェクトを作成し、ラグの長さを吟味します
5. インパルス応答を実行し、ショックが市場間でどのように伝搬するか考察します
6. 予測誤差の分散分解を実行し、予測誤差に影響を与える変数について考察します

収益率の作成には次のコマンドを利用します

```
series reur = dlog(eur)
```

MEMO

3. SVARモデル

Structural VARモデル

■ VARモデル

$$y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + \epsilon_{1t} \quad , \epsilon_t \sim \text{W.N.}(\Sigma)$$

$$y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + \epsilon_{2t}$$

■ 同時性のあるVARモデル

$$y_{1t} = -1 + 0.6y_{1,t-1} + 0.3y_{2,t-1} + u_{1t} \quad , \mathbf{u}_t \sim \text{W.N.}(\Sigma)$$

$$0.5y_{1t} + y_{2t} = 1 + 0.1y_{1,t-1} + 0.8y_{2,t-1} + u_{2t}$$

構造VARモデル

- n 変量の構造VAR(p)モデル

$$\mathbf{B}_0 \mathbf{y}_t = \mathbf{c} + \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{B}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{B}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{u}_t, \quad \mathbf{u}_t \sim \text{W.N.}(\mathbf{D})$$

\mathbf{B}_0 は対角成分が1に等しい $n \times n$ の正方行列

- 構造形は同時方程式なのでOLS推定ではバイアスが生じる
- 誘導形(reduced form)に変形する

誘導形への変形

- \mathbf{B}_0 の逆行列を掛けて

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_t &= \mathbf{B}_0^{-1}\mathbf{c} + \mathbf{B}_0^{-1}\mathbf{B}_1\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{B}_0^{-1}\mathbf{B}_2\mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{B}_0^{-1}\mathbf{B}_p\mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{B}_0^{-1}\mathbf{u}_t \\ &= \boldsymbol{\Phi}_0 + \boldsymbol{\Phi}_1\mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\Phi}_2\mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \boldsymbol{\Phi}_p\mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\epsilon}_t\end{aligned}$$

- 誤差項に相関が生じている
- 実際のモデルで考えてみると、

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

ここで、

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

誤差項の関係

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

まとめると、

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 \\ -0.2 & 0.65 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ -0.5u_{1t} + u_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_{1t} = u_{1t}$$

$$\epsilon_{2t} = -0.5u_{1t} + u_{2t}$$

構造VARモデル

■ 構造形

$$\mathbf{B}_0 \mathbf{y}_t = \mathbf{c} + \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{B}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{B}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{u}_t, \quad \mathbf{u}_t \sim W.N.(\mathbf{D})$$

■ 誘導形

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{B}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{B}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{u}_t \\ &= \boldsymbol{\Phi}_0 + \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \boldsymbol{\Phi}_p \mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\epsilon}_t \end{aligned}$$

構造VARの誘導形はOLSで推定可能

識別性

- 変換した誘導形から構造形に必ず復元できる事が必要
- 識別条件として直交化攪乱項を求めるときに利用した再帰的構造を利用する

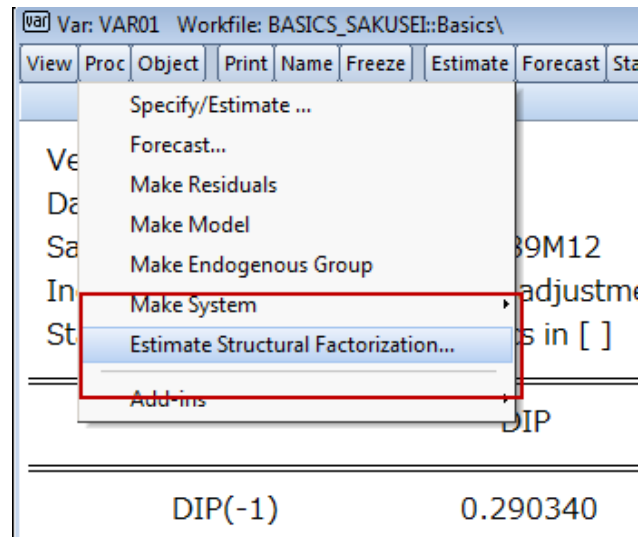
$$\epsilon_t = \mathbf{A} \mathbf{u}_t$$

- 具体的には B_0 が対角行列が1に等しい下三角行列を仮定する
- つまり, 変数が外生性の高い順番に並んでいることを仮定する
- 実質的に直交化攪乱項を使うVARモデルと同じこと

コレスキー分解のトレース

操作1:var02をオブジェクトコピーして名前をsvar01とします。svar01はラグ3のモデルです。Estimateボタンをクリックして設定は変更せずにOKボタンをクリックします

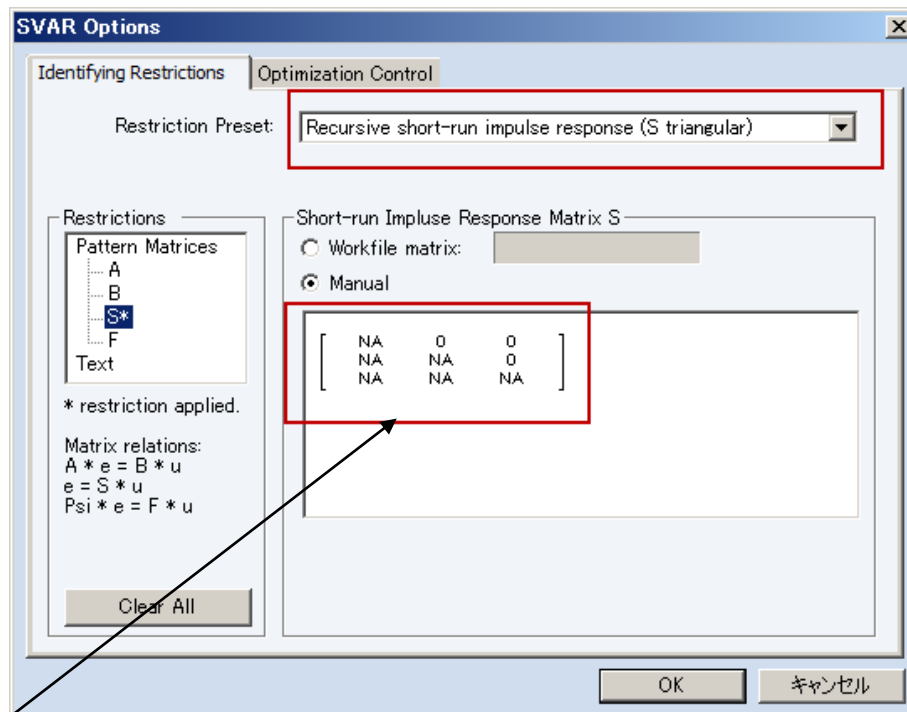
操作2:svar01でProc/ Estimate Structural Factorizationと操作します



コレスキー分解のトレース

3. 入力補助のためのテンプレートであるRestriction Presetを選択します。**Recursive short-run**～を選びます

4. Pattern Matricesで制約を課したい行列名「S*」を選び、ダイアログに下三角行列が表示されることを確認し、OKボタンをクリックします



$$\epsilon_t = A u_t$$

下三角行列がAに等しい

補足：*は制約が課されていること
の目印です。Clear Allですべての制
約を一括解除(NA化)できます。

コレスキー分解のトレース

Model: $e = Su$ where $E[uu'] = I$

$S =$

C(1)	0	0
C(2)	C(4)	0
C(3)	C(5)	C(6)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	0.574313	0.021169	27.12932	0.0000
C(2)	-0.038964	0.098588	-0.395221	0.6927
C(3)	0.119249	0.027361	4.358331	0.0000
C(4)	1.891048	0.069705	27.12932	0.0000
C(5)	-0.076813	0.026857	-2.860101	0.0042
C(6)	0.512334	0.018885	27.12932	0.0000

コレスキー分解と同様の処理を実行し、下三角行列の推定が完了しました

インパルス応答

操作:impulseボタンをクリックし、ダイアログを次のように設定します(コレスキー分解の時と同じ設定)

The screenshot shows the 'Impulse Definition' dialog box with the following settings:

- Display Format:** ☒ Multiple Graphs
- Response Standard Errors:** ☒ Analytic (asymptotic)
- Repetitions:** 100
- Display Information:**
 - Impulses:** dip
 - Responses:** dip dm1 dtb3
 - Periods:** 24
 - ☐ Accumulated Responses

Red arrows point to the 'Impulses' field (containing 'dip') and the 'Periods' field (containing '24').

インパルス応答

Display Impulse Definition

Decomposition Method:

- ☐ Residual - one unit
- ☐ Residual - one std.deviation
- ☐ Cholesky - dof adjusted
- ☐ Cholesky - no dof adjustment
- ☐ Generalized Impulses
- ☒ Structural Decomposition
- ☐ User Specified

Cholesky Ordering:

dip dm1 dtb3

操作:SVARにおけるインパルス応答では、自動的に「Structural Decomposition」が選択されますので、それを確認しOKボタンをクリックします

SVAR

- コレスキー分解で作成したインパルス応答とまったく同じものをSVARで作成した
- SVARを利用する理由は、同時方程式の構造ショック u と、誘導系の誤差項の関係を、経済理論を用いて自分なりに定義できるところにある

$$\epsilon_t = \mathbf{A}u_t$$

VARモデルのまとめ

- 定常過程に従う変数を利用する
- グレンジャーの意味での因果性を仮説検定する
- 情報量規準を用いてVAR(p)モデルの次数pを検討する
- インパルス応答においては誤差項を直交化するか、否かを検討する(誤差項の相関)
- VARモデルにおいて同時性を考慮する場合は構造VARモデルを利用する
- 同時方程式の構造ショックと、同時方程式の誤差項の関係を仮定する

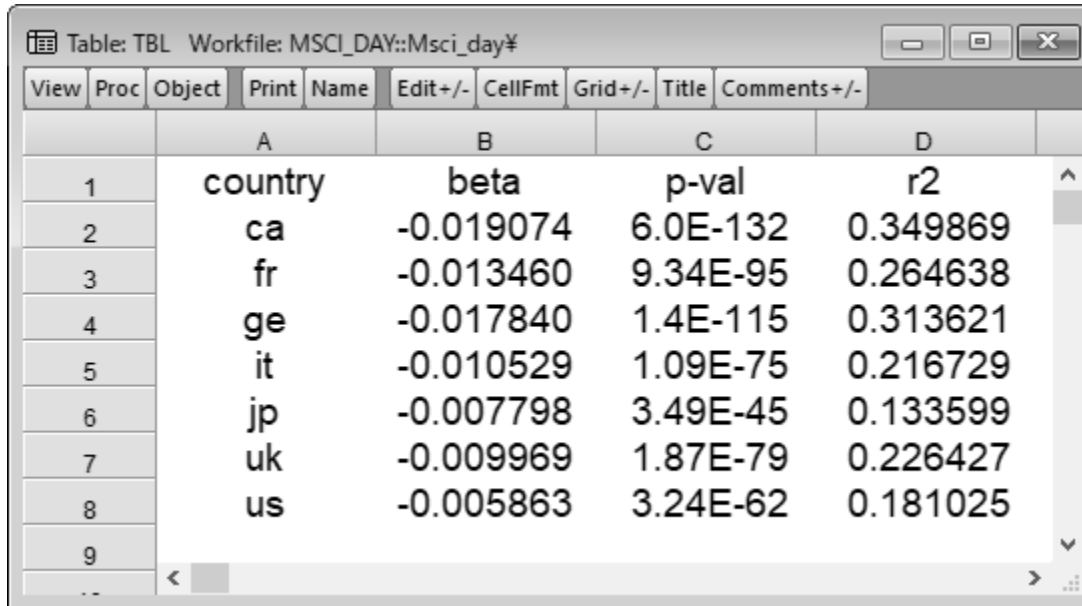
ベクトル誤差修正モデル

- ベクトル誤差修正モデルとは、単位根過程に従う変数間に共和分関係(長期的な均衡関係)が存在する場合に、利用可能なVARモデルの拡張形
- 共和分関係の前に、「見せかけの回帰」という現象について確認する
- 見せかけの回帰...単位根過程にある変数を、同じく単位根過程にある無関係な変数に回帰すると、推定値が有意になり、高い決定係数が得られ、あたかも両者に関係があるような結果が得られる

見せかけの回帰

- サンプルデータ:msci_day.wf1
- プログラム:sprious.prg
- 処理内容:各国の株価の対数を取り、正規化する。これを乱数で作成した説明変数Xに回帰させる。係数推定値の有意性と決定係数を考察し、見せかけの回帰の現象を確認する

実行結果



	A	B	C	D
1	country	beta	p-val	r2
2	ca	-0.019074	6.0E-132	0.349869
3	fr	-0.013460	9.34E-95	0.264638
4	ge	-0.017840	1.4E-115	0.313621
5	it	-0.010529	1.09E-75	0.216729
6	jp	-0.007798	3.49E-45	0.133599
7	uk	-0.009969	1.87E-79	0.226427
8	us	-0.005863	3.24E-62	0.181025
9				
..				

p値はほぼゼロで、決定係数は一番小さいもの(us)で0.18、逆に一番大きなもの(ca)で0.34ある

見せかけの回帰を回避する

- 対策1:変数において, 被説明変数のラグ変数を回帰式に含める

$$y_t = \alpha + \beta_1 x_t + \beta_2 y_{t-1} + \epsilon_t$$

- 対策2:単位根過程に従う変数の差分をとり, 定常過程にしてから解析を行う

$$\Delta y_t = \alpha + \beta \Delta x_t + \epsilon_t$$

ただし、対策2では過剰差分と共和分関係に注意

共和分関係

- 次式で x_t と y_t がともに単位根過程であることが分かっている状況を考える

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \epsilon_t$$

- この誤差項が定常過程の場合、共和分関係という特殊な関係が成立する
- 変数間に共和分関係が存在するか否かは、Engle-Granger検定で調べる
- ただし、VECモデルで共和分関係を利用する場合は、Johansenの共和分検定を利用する

購買力平価仮説

- 為替レートを用いて同じ通貨に換算すれば、各国の物価水準はほぼ等しくなるというもの
- 長期的には購買力平価仮説が成立するように為替レートは調整される
- つまり、各国間の為替レートには長期的な均衡関係があると考えられる
- 例として日本と米国の物価水準PJPとPUS、さらに円ドル為替レートをEとすると、

$$PJP_t \approx E_t \times PUS_t$$

購買力平価仮説

両辺の対数をとって、

$$pjp_t \approx e_t + pus_t$$

PPP仮説が成立していれば、近似誤差は定常過程でモデル化できる

$$pjp_t = e_t + pus_t + z_t, \quad z_t \sim I(0)$$

この時、後述する共和分ベクトルは(1,-1,-1)となる。

Granger表現定理

- Granger表現定理: 共和分を含んだVARモデルが一般的にベクトル誤差修正モデル(VECM)で表現できること示すもの

$y_{1t} = \gamma y_{2t} + u_{1t}, u_{1t} \sim W.N.(\sigma_1^2)$

← y_1 と y_2 は共和分関係にある

$y_{2t} = y_{2,t-1} + u_{2t}, u_{2t} \sim W.N.(\sigma_2^2)$

↑
単位根過程

↘
 $y_{1t} - \gamma y_{2t} = u_{1t} \sim I(0)$

Granger表現定理

行列形式で表現すると、

$$\begin{pmatrix} 1 & -\gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}$$

さらに変形して、

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \quad (\text{A})$$

ただし、

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1t} + \gamma u_{2t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}$$

Granger表現定理

- A式の右辺を階差に変形すると

$$\begin{pmatrix} \Delta y_{1t} \\ \Delta y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & \gamma \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \quad (\text{B})$$

B式はI(1)変数から単純に階差をとったVARモデルとは異なる。
これをベクトルで表現すると、

$$\Delta y_t = \zeta_0 y_{t-1} + \epsilon_t$$

Granger表現定理

ここで、

$$\zeta_0 = \begin{pmatrix} -1 & \gamma \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

この行列を次のように分解する

$$\zeta_0 = -\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \quad -\gamma) = -ba'$$

よって、

$$\Delta y_t = \boxed{-ba' y_{t-1}} + \epsilon_t$$

a: 共和分ベクトル

誤差修正項

ベクトル誤差修正モデル

- 誤差修正項が1期前の乖離を修正して、均衡関係を維持する仕組みをもっている
- VECM(ベクトル誤差修正モデル)は $I(1)$ の変数からなるVARモデルにEC(誤差修正)項を加えたもの
- 多項式の中で、複数の共和分関係を利用できる。もちろん、二変数の場合は一つの共和分関係しか存在しない

共積分關係

Rank

Number of cointegrating equations: 1

Deterministic Trend Specification

No trend in data

☐ 1) No intercept or trend in CE or VAR

☐ 2) Intercept (no trend) in CE - no intercept in VAR


Linear trend in data

☒ 3) Intercept (no trend) in CE and VAR

☐ 4) Intercept and trend in CE - no trend in VAR

Quadratic trend in data

☐ 5) Intercept and trend in CE- linear trend in VAR



共和分関係への制約

■ 共和分関係式への制約の設定

Basics Cointegration VEC Restrictions

Restrictions may be placed on the coefficients $B(r,k)$ of the r -th cointegrating relation:

$B(r,1)*LCPIJP + B(r,2)*LCPIUS + B(r,3)*LEXJP$

Restrictions may also be put on the adjustment coefficients, where

VEC Coefficient Restrictions

☒ Impose Restrictions

Enter restriction: (Example: $B(1,1)=1, A(2,1)=0$)

$B(1,1)=1, B(1,2)=-1, B(1,3)=-1$

Optimization

Max Iterations: 500

Convergence: 0.0001

VECMの推定

- 沖本 (2010)を使ってVECモデルの推定を行う
- データ:ppp.wf1
- 各国のCPIと為替レートを利用して、VECモデルを推定し、為替レートにショックが発生したときのインパルス応答の結果を考察する
- 日本とアメリカのPPPについて考察する

1. 日米のCPIと円ドル為替レートの対数系列 $lcpijp$, $lcpius$, $lexjp$ を作成する
2. $lcpijp$, $lcpius$, $lexjp$ に対してADF検定を実行する
3. 円ドルの対数実質為替レート $lrexjp$ を次の式で作成せよ

$$lrexjp_t = lcpijp_t - lcpius_t - lexjp_t$$

VECMの推定

4. PPP仮説は対数実質為替レートlrexjpに関して、どのようなことを示唆するか？
5. lrexjpに対してADF検定を実行し、PPP仮説を支持しているか、検討せよ
6. ラグの次数を6とする制約のない、VECモデルを推定せよ
7. 共和分ベクトルに(1,-1,-1)という制約をかけて、VECモデルを推定し、PPP仮説の支持について検討せよ
8. 7のVECモデルでインパルス応答(対数為替レートのショック)を行い、解釈をおこなえ

参考文献

- Doan, Thomas, Robert Litterman, and Christopher Sims. "Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions." *Econometric reviews* 3.1 (1984): 1-100.
- Litterman, Robert B. "Forecasting with Bayesian vector autoregressions—five years of experience." *Journal of Business & Economic Statistics* 4.1 (1986): 25-38.
- Lütkepohl, Helmut (2007). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, New York: Springer-Verlag.
- Kilian, Lutz and Helmut Lütkepohl (2017). *Structural Vector Autoregressive Analysis*: Cambridge University Press.

参考文献

- 沖本竜義 著、「経済・ファイナンスデータの計量時系列分析」、朝倉書店
- 川崎能典 著、「Bayesian Vector AutoRegression-その手法の整理と予測能力の検証」、金融研究第10巻第一号、1991年
- 北岡孝義・高橋青天・溜川健一・矢野順治「EViewsで学ぶ実証分析の方法」、日本評論社
- 松浦克己/コリン・マッケンジー著、「EViewsによる計量経済分析」、東洋経済新報社